

АНАЛИТИЧЕСКОЕ ОБОСНОВАНИЕ ПАРАМЕТРОВ КОЛЕБАНИЙ ШТАНГИ С НЕЗАВИСИМОЙ МАЯТНИКОВОЙ НАВЕСКОЙ И СИСТЕМОЙ СТАБИЛИЗАЦИИ В ВЕРТИКАЛЬНОЙ ПЛОСКОСТИ

Ю.С. БИЗА, И.С. КРУК, А.И. ГАЙДУКОВСКИЙ, Ю.В. ЧИГАРЕВ

Белорусский государственный аграрный технический университет, Минск, Республика Беларусь

В статье предложена конструкция независимой маятниковой навески штанги с системой стабилизации в вертикальной плоскости. Аналитически описан процесс колебаний штанги в вертикальной плоскости и получены зависимости для определения их параметров при работе предложенной системы стабилизации.

In the article the design of an independent pendular suspension bracket of a bar with system of stabilization in a vertical plane is offered. Process of fluctuations of a bar in a vertical plane is analytically described and dependences for definition of their parameters are received at work of the offered system of stabilization.

Введение

В процессе работы агрегата колеса опрыскивателя копируют неровности поверхности поля, в результате чего образуются возмущения, которые через раму передаются распределительной штанге, вызывая ее колебания. Они приводят к тому, что неравномерность распределения рабочего раствора по обрабатываемой поверхности резко изменяется, что отражается на качестве выполняемого технологического процесса, влечет появление участков с передозировкой препарата, а следовательно, увеличение нагрузки на экологию окружающей среды и повышение вероятности накопления остаточных количеств средств химизации в конечной продукции растениеводства. Поэтому важным направлением усовершенствования конструкций полевых опрыскивателей является разработка и установка механизмов и систем, обеспечивающих плавность хода распределительных штанг и постоянства высоты их расположения над обрабатываемой поверхностью во время работы.

Основная часть

В зависимости от способа обеспечения постоянства расстояния между обрабатываемым объектом и штангой различают системы активной, пассивной и комбинированной стабилизации, из которых две последние широко используются в конструкциях современных опрыскивателей.

Предлагаемая конструкция стабилизации штанги (рис. 1) относится к пассивным системам и основана на использовании упругих элементов гашения колебаний. Подвижная рамка (6) закреплена на штоке гидроцилиндра (5), нижний конец которого крепится на пластине (4), соединенной с оловом опрыскивателя при помощи двух пружин (1). При помощи роликов (9) рамка может свободно перемещаться в направляющих остова опрыскивателя (8). Штанга (7) закреплена на подвижной рамке (6) шарнирным соединением (10), обеспечивающим ее вращательное движение. Гашение колебаний штанги в вертикальной плоскости обеспечивается пружинами (1), (3) и амортизаторами (2). При этом штанга совершает сложное движение по отношению к олову опрыскивателя: поступательное вместе с рамкой в направляющих и вращательное относительно рамки. При поступательном – осуществляется гашение колебаний пружинами (1), а при вращательном – амортизаторами (2) и пружинами (3).

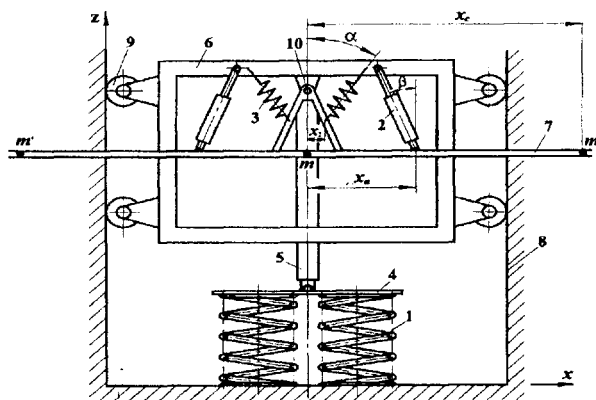


Рис. 1. Схема независимой маятниковой навески штанги с системой стабилизации в вертикальной плоскости

Колебательное движение штанги опрыскивателя может быть описано уравнениями Лагранжа второго рода [1, 2]:

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial E_k}{\partial \dot{q}_1} \right) - \frac{\partial E_k}{\partial q_1} = Q, \quad (1)$$

где t – время;

q – обобщенная координата;

\dot{q} – обобщенная скорость;

Q – обобщенная сила;

E_k – кинетическая энергия системы.

Разложим движение системы (рис. 1) на переносное поступательное движение вместе с центром масс штанги и относительное по отношению к системе координат, движущейся поступательно вместе с этим центром. Тогда, по теореме Кенига, кинетическая энергия системы в абсолютном движении складывается из кинетической энергии центра масс E_k^c , если в нем сосредоточить всю массу движущейся системы, и кинетической энергии штанги E_k^r относительно центра масс:

$$E_k = E_k^c + E_k^r = \frac{1}{2} m \dot{\vartheta}_c^2 + E_k^r, \quad (2)$$

$$\text{где } E_k^c = \frac{1}{2} m \dot{\vartheta}_c^2;$$

$$E_c^r = \frac{1}{2} a \dot{q}_1^2;$$

m – масса системы (навеска, штанга, элементы стабилизации);

ϑ_c – скорость центра масс штанги;

a – коэффициент инерции,

а для поступательного движения части системы в направляющих

$$\vartheta_c = \vartheta = \dot{z} = \dot{q}_2 \text{ и } E_k^{(2)} = \frac{m\vartheta_c^2}{2} = \frac{m\dot{q}_2^2}{2} = \frac{m\dot{z}^2}{2}.$$

Уравнение Лагранжа для этого поступательного движения имеет вид

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial E_k^{(2)}}{\partial \dot{q}_2} \right) - \frac{\partial E_k^{(2)}}{\partial q_2} = Q_{\text{п}} + Q_{\text{д}}, \quad (3)$$

где $Q_{\text{п}}$ – потенциальная сила двух параллельных пружин 1 (рис. 1);

$Q_{\text{д}}$ – диссипативная сила сопротивления амортизатора 2.

Обобщенная потенциальная сила двух параллельных пружин равна

$$Q_{\text{п}} = -\frac{\partial E_{\text{п}}}{\partial q_2}.$$

Для принятых обобщенных координат $q = z$, при этом потенциальная энергия равна

$$E_{\text{п}} = \frac{2c_2 q_2^2}{2} = \frac{2c_2 z^2}{2} = c_2 z^2,$$

где $c_2 = 2c_1$, c_1 – жесткость пружины 1.

Откуда

$$Q_{\text{п}} = -2c_2 z. \quad (4)$$

Обобщенная диссипативная сила сопротивления амортизатора

$$Q_{\text{д}} = -\mu_a \dot{q}_2 = -\mu_a \dot{z}, \quad (5)$$

где μ_a – обобщенный коэффициент сопротивления амортизатора.

Принимая во внимание выражения для $E_k^{(2)}$, $Q_{\text{п}}$ и $Q_{\text{д}}$, уравнение (3) примет вид

$$m\ddot{z} = -2c_2 z - \mu\dot{z},$$

или

$$\ddot{z} + 2b\dot{z} + k^2 z = 0, \quad (6)$$

$$\text{где } 2b = \frac{\mu}{m}; k = \sqrt{\frac{2c_2}{m}}. \quad (7)$$

Решение этого дифференциального уравнения в зависимости от соотношения между величинами b и k выражается одной из трех форм:

$$z = e^{-bt} A \sin(k_1 t + \alpha) \text{ при } b < k, \quad (8)$$

$$\text{где } k_1 = \sqrt{k^2 - b^2}; z = e^{-bt} (C_1 e^{rt} + C_2 e^{-rt}), \quad (9)$$

$$\text{где } r = \sqrt{b^2 - k^2}$$

C_1, C_2 – постоянные интегрирования;

$$z = e^{-bt} (C_1 t + C_2) \quad (10)$$

при $b = k$.

Во всех этих случаях из-за множителя e^{-bt} величина z стремится к нулю с возрастанием времени, то есть затухает. При малых значениях коэффициента затухания ($b < k$) затухающее движение имеет колебательный характер, а при больших ($b > k$) движение системы не является колебательным, отклонение системы экспоненциально стремится к равновесному нулевому положению.

Для описания колебательного движения штанги в уравнении Лагранжа в качестве обобщенной координаты примем угол поворота штанги φ . Тогда уравнение примет вид

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial E_k}{\partial \dot{\varphi}} \right) - \frac{\partial E_k}{\partial \varphi} = -\frac{\partial E_{\text{п}}'}{\partial \varphi} + Q_{\text{г}}', \quad (11)$$

где $E_{\text{п}}'$ – потенциальная энергия штанги;

$Q_{\text{г}}'$ – обобщенная сила сопротивления амортизаторов штанги;

E_k – определяется формулой (2).

Потенциальная энергия системы состоит из потенциальной энергии полей сил тяжести $E_{\text{п}}^T$ и сил упругости $E_{\text{п}}^Y$.

$$E_{\text{п}}^T = Pz_c = 0,$$

так как $z_c = z_0 = 0$.

Следовательно $E_{\text{п}}' = E_{\text{п}}^Y$

$$E_{\text{п}}' = -c \int_{z-\lambda_{\text{ст}}}^{\lambda_{\text{ст}}} z dz - c \int_{z+\lambda_{\text{ст}}}^{\lambda_{\text{ст}}} z dz = \frac{c}{2} \left[\lambda_{\text{ст}}^2 - (z - \lambda_{\text{ст}})^2 \right] - \frac{c}{2} \left[\lambda_{\text{ст}}^2 - (z + \lambda_{\text{ст}})^2 \right] = cz^2, \quad (12)$$

где $Z = \varphi x_1$;

x_1 – расстояние от центральной точки подвеса штанги до точки крепления пружин на штанге.

$$\text{Действительно } F = c_3 \Delta S, \Delta S = \frac{F}{c_3}, F_z = c \Delta z,$$

$$F_z = F \cos \alpha, \Delta z = \frac{\Delta S}{\cos \alpha},$$

$$c = \frac{F}{\Delta z} = \frac{F \cos \alpha}{\Delta z} = \frac{F \cos^2 \alpha}{\Delta S} = c_3 \cos^2 \alpha, \quad (13)$$

где α – угол установки пружин относительно горизонтальной плоскости;

c_3 – жесткость пружины 3.

С учетом (12) обобщенная сила, соответствующая потенциальной энергии $E_{\text{п}}'$, равна

$$Q_{\text{п}}' = -\frac{\partial E_{\text{п}}'}{\partial \varphi} = -2cx_1^2 \varphi = -c_{\text{п}} \varphi, \quad (14)$$

где $c_{\text{п}} = 2cx_1^2$.

Определим обобщенную силу $Q_{\text{д}}'$, вызванную силой сопротивления амортизаторов, пропорциональной скорости $\overline{F}_c = -v \overline{\vartheta}_a$ (v – коэффициент пропорциональности)

$$Q_d' = \frac{\sum \delta A_k}{\delta \varphi} = -\frac{v \vartheta_a \delta z}{\delta \varphi \cos \beta} = -\frac{v \varphi x_a^2 \delta \varphi}{\delta \varphi \cos \beta} = -\frac{v \varphi x_a^2}{\cos \beta},$$

где $\vartheta_a = \dot{\varphi} x_a$ и $\delta z = \delta \varphi x_a$ – соответственно скорость и перемещение точки приложения силы \vec{F}_c ;

β – угол установки амортизатора относительно вертикальной оси;

x_a – расстояние от середины штанги до центра точки крепления на ней амортизатора.

$$Q_d' = -\frac{v \varphi l_a^2}{\cos \beta} = -\mu' \dot{\varphi}, \quad (15)$$

$$\text{где } \mu' = \frac{v x_a^2}{\cos \beta}.$$

Очевидно, в рассматриваемой системе реализуется случай больших сопротивлений $b > k$ и применима зависимость (9). В общем случае можно принять, что z по экспоненте стремится к нулю с некоторым коэффициентом n , т.е. $z \sim C e^{-nt}$. Тогда

$$\vartheta_c = \dot{z} = -C n e^{-nt} = D e^{-nt}, \quad (16)$$

где $D = -Cn$,

а кинетическая энергия равна

$$E_k = \frac{m D^2 e^{-2nt}}{2} + \frac{I_{cy} \dot{\varphi}^2}{2}, \quad (17)$$

где I_{cy} – момент инерции относительно оси y .

Принимая во внимание полученные выражения для кинетической энергии и обобщенных сил из уравнения Лагранжа, получим дифференциальные уравнения колебаний штанги в форме

$$I_{cy} \ddot{\varphi} + \mu' \dot{\varphi} + c_{\Pi} \varphi = B x_c e^{-nt}, \quad (18)$$

где $B x_c e^{-nt}$ – обобщенная сила переносной силы инерции, которую можно рассматривать как момент пары сил, образованной переносной силой инерции и силой тяжести половины штанги с плечом, равным расстоянию x_c от середины штанги до центра тяжести одной из половин штанги.

Величина переносной силы инерции

$$F_{\text{пер}}^H = m a_{\text{пер}} = m \ddot{z} = m C n^2 e^{-nt} = B e^{-nt},$$

где $B = m C n^2$.

Тогда обобщенная сила переносной силы инерции

$$Q_{\text{пер}} = \frac{\sum \delta A_k}{\delta \varphi} = \frac{B e^{-nt} \delta z}{\delta \varphi} = \frac{B e^{-nt} x_c \delta \varphi}{\delta \varphi} = B x_c e^{-nt}. \quad (19)$$

Разделив все члены уравнения (18) на I_{cy} , получим уравнение в виде

$$\ddot{\varphi} + 2b' \dot{\varphi} + (k')^2 \varphi = B_0 e^{-nt}, \quad (20)$$

$$\text{где } 2b' = \frac{\mu'}{I_{cy}}; k' = \sqrt{\frac{c_{\Pi}}{I_{cy}}}; B_0 = \frac{B x_c}{I_{cy}}. \quad (21)$$

Решение неоднородного уравнения (20) представим в виде

$$\varphi = \varphi_1 + \varphi_2,$$

где φ_1 – общее решение уравнения (20) без правой части,

φ_2 – частные решения полного уравнения (20).

φ_2 ищем в виде

$$\varphi_2 = Q_0 e^{-nt}.$$

Подставляя это выражение в уравнение (20), получаем

$$Q_0 = \frac{B_0}{n^2 - 2b'n + (k')^2}. \quad (22)$$

Общее решение дифференциального уравнения (15) без правой части

$$\varphi_1 = e^{-b't} A' \sin(\omega t + \alpha), \quad (23)$$

$$\text{где } \omega = \sqrt{(k')^2 - (b')^2} \quad (24)$$

A' – амплитуда колебаний.

Таким образом,

$$\varphi = e^{-b't} A' \sin(\omega t + \alpha) + \frac{B_0}{n^2 - 2b'n + (k')^2} e^{-nt}, \quad (25)$$

где A' и α – константы, определяемые начальными условиями.

Второй член в (25) по экспоненте стремится к нулю. Первый член представляет собой затухающие колебания с декрементом колебаний

$$e^{-b'T_1} = e^{-\frac{\pi v x_a}{\omega I_{cy} \cos \beta}},$$

$$\text{где } T_1 = \frac{2\pi}{\omega}. \quad (26)$$

$b'T_1 = \frac{\pi v x_a}{\omega I_{cy} \cos \beta}$ – логарифмический декремент колебаний.

Заключение

Обоснована необходимость независимого крепления штанги к остову опрыскивателя и использования механизмов гашения ее колебаний. Предложена конструкция независимой маятниковой навески штанги с системой гашения колебаний в вертикальной плоскости.

В результате теоретических исследований работы предложенной конструкции получены зависимости для определения характеристик затухающих колебаний штанги в вертикальной плоскости в зависимости от ее размеров, параметров системы стабилизации и особенностей установки ее отдельных узлов.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Тарг С.М. Курс теоретической механики: Учеб. для вузов. – М.: Высш. шк., 1986. – 416 с.
2. Пановко Я.Г. Введение в теорию механических колебаний. Учебное пособие. – М.: Наука, 1980. – 272 с.