УДК 630.181:662.6

МОДЕЛИРОВАНИЕ И ОПТИМИЗАЦИЯ ПРОЦЕССА ЭЛЕКТРОФИЗИЧЕСКОЙ СТИМУЛЯЦИИ ПИВОВАРЕННОГО ЯЧМЕНЯ ДЛЯ ПОВЫШЕНИЯ ЕГО ЭКСТРАКТИВНОСТИ

***В. А. Пашинский*[1], *О. В. Бондарчук*[2]**

[1]*Белорусский государственный университет, МГЭИ им. А. Д. Сахарова, Республика Беларусь*
[2]*Белорусский государственный аграрный технический университет, Республика Беларусь*

АННОТАЦИЯ

Введение. Известен способ электрофизической стимуляции пивоваренного ячменя в неоднородном электрическом поле, позволяющий улучшить его качество. Однако параметры этого процесса неоптимизированы. Цель исследования – повышение экстрактивности пивоваренного ячменя в процессе солодоращения. Научная задача – оптимизация параметров электрического поля, экспозиции и кратности его воздействия на пивоваренный ячмень.

Материалы и методы. Математическая регрессионная модель процесса в виде полинома второй степени получена в результате реализации некомпозиционного плана второго порядка Бокса и Бенкина с использованием методики многофакторного эксперимента с четырехкратной повторностью. Функцией отклика приняли содержание массовой доли экстракта в сухом веществе солода.

Результаты. Математическая модель изменения экстрактивности солода в процессе обработки пивоваренного зернав неоднородном электрическом поле в зависимости от технологических параметров адекватна. Параметры электрического поля, экспозиция и кратность его воздействия на пивоваренный ячмень являются значимыми для управления экстративностью ячменя в процессе солодоращения.

Выводы. Максимальная экстрактивность солода 79,64±0,1 % достигнута при напряженности электрического поля, подаваемой на обмотку, 1,284 МВ/м, экспозиции 3 секунды и кратности обработки 3 раза. Предельная абсолютная погрешность прогнозирования экстрактивности солода с использованием модели при условии ортогональности факторов и доверительной вероятности 0,95 составляет ± 0,1.

КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА: *пивоваренный ячмень; солод; оптимизация; экстрактивность; напряженность электрического поля; время обработки; число обработок.*

ДЛЯ ЦИТИРОВАНИЯ: Пашинский, В. А. Моделирование и оптимизация процесса элекрофизической стимуляции пивоваренного ячменя для повышения его экстрактивности / В. А. Пашинский, О. В. Бондарчук // Вестник МГУП. – 2019. – № 2(27). – С. 38–49.

MODELING AND OPTIMIZATION OF ELECTROPHYSICAL STIMULATION PROCESS OF BREWING BARLEY FOR INCREASING ITSEXTRACTIVITY

***V.A.Pashynski*[1], *O.V.Bondarchuk*[2]**

[1]*Belarusian State University, ISEI, Republic of Belarus*
[2]*Belarusian State Agrarian Technical University, Republic of Belarus*

ABSTRACT

Introduction. A method for electrophysical stimulation of brewing barley in an inhomogeneous electric field applied to improve barley quality iscurrently in use. However, the parameters of this process are not optimized. The purpose of the study is to increase the extractivityof brewing barley in the process of malting. The scientific task is to optimize the parameters of the electric field, exposure and multiplicity of its action on brewing barley.

Materials and methods. The mathematical regression model of the process in the form of a second degree polynomial was obtained as a result of implementing the second-order non-compositional Box-Benkin plan using the technique of a multi-factor experiment with a four-fold repetition. The response function was considered as mass fraction of the extract in dry matter of the malt.

Results. A mathematical model for changing the extractivity of malt during the processing of brewing grain in an inhomogeneous electric field, depending on the technological parameters is appropriate. The parameters of the electric field, exposure, and frequency of its effect on malting barley are significant for controlling barley extractivity in the process of malting.

Conclusions. The maximum malt extractivity of 79,64±0,1 % can be achieved with an electric field strength supplied to the winding of 1,284 MV/m, an exposure of 3 s and a processing ratio of 3 times. When the model is used the limiting absolute error in predicting malt extractivityassuming the orthogonality of factors and confidence factor of 0,95 is ± 0,1.

KEYWORDS: brewing barley, malt, optimization, extractivity, electric field strength, time of processing, number of treatments.

FOR CITATION: PashynskiV. A., Bondarchuk O. V. Modeling and optimization of electrophysical stimulation process of brewing barley for increasing its extractivity.Bulletin of the Mogilev State Universityof Food Technologies. – 2019. – No. 2(27). – P. 38–49. (in Russian).

ВВЕДЕНИЕ

Производство ячменя является одной из важнейших задач агропромышленного производства. Как сельскохозяйственная культура, ячмень является одним из главных продуктов полеводства и одновременно ячмень используется как сырье для пивоварения [1]. Удовлетворение потребности производства в данной культуре при снижении ее себестоимости и улучшении качества возможно за счет внедрения в производство интенсивных технологий обработки. Применение данных технологий при производстве пивоваренного ячменя заключается в разработке и применении необходимых воздействий на зерно, позволяющих сократить сроки проращивания ячменя и повысить экстрактивность солода. Все более широкое распространение в теории и практике солодоращения получают применение физических и электрофизических факторов воздействия на зерно. К последним относится обработка ячменя в неоднородном электрическом поле, увеличивающая энергию прорастания зерна пивоваренного ячменя на 38 %, через 36 часов прорастания и экстрактивность солода на четвертые сутки достигает в среднем 79,41 %. При этом сокращается время получения солода до 25 % [2–4].

Исследования процесса обработки пивоваренного ячменя в неоднородном электрическом поле зерна, оптимизации его параметров обработки в открытой печати не обнаружены. В связи с этим возникла необходимость разработки модели процесса электрофизической стимуляции повышения экстрактивности пивоваренного ячменя, позволяющей оптимизировать параметры электрического поля, экспозицию и кратности его воздействия на пивоваренный ячмень для получения максимальной экстрактивности солода.

Цель исследования – повышение экстрактивности пивоваренного ячменя в процессе солодоращения.

Научная задача – оптимизация параметров электрического поля, экспозиции и кратности его воздействия на пивоваренный ячмень для получения максимальной экстрактивности солода.

МАТЕРИАЛЫ И МЕТОДЫ

При проведении экспериментальных исследований было определено влияние ряда управляющих факторов на содержание массовой доли экстракта в сухом веществе солода [2–4]. Из группы управляющих факторов, после ранжирования, для проведения опытов выбраны следующие параметры: X_1 – напряженность электрического поля, МВ/м; X_2 – время обработки, с; X_3 – число обработок, шт.

Для установления взаимного влияния определяющих факторов, получения математической модели процесса для повышения экстрактивности солода использовали методику многофакторного эксперимента [5].

Функцией отклика приняли содержание массовой доли экстракта в сухом веществе солода. Определение экстрактивности солода проводилось в научно-исследовательской аналитической лаборатории БГАТУ согласно [6–8] на ячмене сорта «Батька».

Принятые в исследованиях уровни и интервалы варьирования определяющих факторов, на основе априорного ранжирования, указаны в табл.1.

Для получения математической модели процесса в виде полинома второй степени был реализован некомпозиционный план второго порядка Бокса и Бенкина. Этот план представляет собой выборки строк из полного многофакторного эксперимента. План полного многофакторного эксперимента с дополнительным опытом в центе рассчитывается по формуле

$$N_k = N_{ko} + 1 = 2^k + 1 + 2k, \quad (1)$$

$$N_{k} = 2^3 + 1 + 6 = 15,$$

где k – число факторов. Число дублей n=4.

При построении плана полный перебор всех возможных комбинаций уровней достигается следующим образом: для первого фактора уровни варьирования чередуются; для второго фактора чередуются пары одинаковых уровней; для третьего чередуются четыре одинаковых уровня и т.д. Кроме того, добавляется еще один опыт в центре, в котором значения факторов равны 0.

Табл. 1. Уровни и интервалы варьирования факторов

Table 1. Levels and intervals of factorsvariation

Факторы	Обозначение		Интервалы варьирования	Натуральные уровни факторов		
	Натуральное	Кодированное		Нижний –1	Основной 0	Верхний +1
Напряженность электрического поля, МВ/м	E	X_1	0,3	0,9	1,2	1,5
Время обработки, с	t	X_2	2	1	3	5
Число обработок, шт.	n	X_3	1	1	2	3

По результатам опытов, согласно представленному плану, получена математическая модель, характеризующая зависимость y (функция отклика – массовая доля экстракта в сухом веществе солода) от исследуемых факторов процесса. Эта модель представлена в виде полинома второй степени:

$$y = b_0 + b_1 \cdot x_1 + b_2 \cdot x_2 + b_3 \cdot x_3 + b_{12} \cdot x_1 \cdot x_2 + b_{13} \cdot x_1 \cdot x_3 + b_{23} \cdot x_2 \cdot x_3 + b_{11} \cdot x_1^2 + b_{22} \cdot x_2^2 + b_{33} \cdot x_3^2, \quad (2)$$

где $b_0, b_1, b_2, b_3, b_{12}, b_{13}, b_{23}, b_{11}, b_{22}, b_{33}$ – коэффициенты регрессии, определяющие степень влияния фактора или их сочетаний на величину функции отклика;

$x_1, x_2 x_3$ – кодированные факторы.

Кодированные значения факторов связаны с натуральными следующими зависимостями:

$$X_r = \frac{x_r - x_0}{\Delta x_r}, \; x_r = x_{r0} + \Delta x_r X_r; \quad (3)$$

$$x_{r0} = \frac{x_{r\max} + x_{r\min}}{2}, \; \Delta x_r = \frac{x_{r\max} - x_{r\min}}{2}. \quad (4)$$

Согласно матрице планирования табл. 2, была проведена серия опытов. Для уменьшения влияния неуправляемых факторов эксперимент проводили в лабораторных условиях в минисолодовне. Так как общее число опытов N_2=15 и дублей n=4, подготовили 60 партий пивоваренного ячменя навеской 1000 г. Каждую партию обрабатывали в переменном неоднородном электрическом поле высокой напряженности согласно матрице планирования. Все остальные факторы (частота тока, влажность пивоваренного ячменя, время отлежки между электрообработкой и проращиванием, температура) поддерживали на одинаковых уровнях, обусловленных показателями качества пивоваренного ячменя и технологией производства солода.

Звездные точки определяли выражением [5]:

$$\alpha = \sqrt{\cdot\left(\sqrt{N_{k0} \cdot N_k} - \frac{N_{k0}}{2}\right)} = 1,2154 \tag{5}$$

$$\lambda_k = \sqrt{\frac{N_{k0}}{N_k}} = 0,73\,.$$

Следовательно

$$\alpha^2 - \lambda_k = 0,7469\,.$$

Формулы для расчета коэффициента уравнения регрессии и их дисперсий в общем виде имеют вид [6]:

$$b_0 = \frac{\sum_{j=1}^{N_k} X_{0j}\bar{Y}_j}{\sum_{j=1}^{N_k} X^2{}_{0j}}; \tag{6}$$

$$b_r = \frac{\sum_{j=1}^{N_k} X_{rj}\bar{Y}_j}{\sum_{j=1}^{N_k} X^2{}_{rj}} \qquad r=1,\ldots,k;$$

$$b_{rs} = \frac{\sum_{j=1}^{N_k} (X_{rj}X_{sj})\bar{Y}_j}{\sum_{j=1}^{N_k} (X_{rj}X_{sj})^2} \qquad r>s \qquad r,s=1,\ldots,k;$$

$$b_{rr} = \frac{\sum_{j=1}^{N_k} (X_{rj}{}^2 - \lambda_k)\bar{Y}_j}{\sum_{j=1}^{N_k} (X_{rj}{}^2 - \lambda_k)^2} \qquad r=1,\ldots,k.$$

Предварительная обработка экспериментальных данных представлена в табл.3.

Выборочные параметры:

– выборочное среднее в каждом опыте:

$$\bar{Y}_{cpj} = \frac{\sum_{i=1}^{n} Y_{ji}}{n}\; j=1,\ldots,N_k;$$

$$\bar{Y}_1 = \frac{\sum_{i=1}^{4} Y_{1i}}{4} = \frac{77,4+77,0+76,71+76,9}{4} = 77,0\,;$$

– выборочную дисперсию в каждом опыте:

$$S_j^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n}\left(Y_{ji} - \bar{Y}_j\right)^2}{n-1};\; j=1,\ldots,N_k;$$

$$S_1^2 = \frac{\sum_{i=1}^{4}\left(Y_{1i} - \bar{Y}_1\right)^2}{4-1} = \frac{(77,4-77,0)^2 + (77,0-77,0)^2 + (76,71-77,0)^2 + (76,9-77,0)^2}{3} = 0,085\,;$$

– экспериментальное значение критерия Кохрена:

$$G_э = \frac{\max S^2}{\sum_{j=1}^{N_k} S_j^2};$$

$$G_э = \frac{0,425}{2,31} = 0,185.$$

Табл. 2. Матрица планирования для построения трехфакторного ортогонального уравнения регрессии второго порядка

Table 2. Planning matrix for constructing a three-factor orthogonal second-order regression equation

Место плана	№ опыта	X_0	X_1	X_2	X_3	X_1X_2	X_1X_3	X_2X_3	$X^2_1-\lambda_2$	$X^2_2-\lambda_2$	$X^2_3-\lambda_2$	Y
Ядро плана	1	+	–	–	–	+	+	+	+	+	+	77,0
	2	+	+	–	–	–	–	+	+	+	+	78,6
	3	+	–	+	–	–	+	–	+	+	+	77,7
	4	+	+	+	–	+	–	–	+	+	+	79,0
	5	+	–	–	+	+	–	–	+	+	+	79,0
	6	+	+	–	+	–	+	–	+	+	+	79,3
	7	+	–	+	+	–	–	+	+	+	+	78,1
	8	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	77,7
Звездочки плана	9	+	–1,215	0	0	0	0	0	0,7469	0	0	78,7
	10	+	+1,215	0	0	0	0	0	0,7469	0	0	79,1
	11	+	0	–1,215	0	0	0	0	0	0,7469	0	79,2
	12	+	0	+1,215	0	0	0	0	0	0,7469	0	79,1
	13	+	0	0	–1,215	0	0	0	0	0	0,7469	79,0
	14	+	0	0	+1,215	0	0	0	0	0	0,7469	79,2
Центр плана	15	+	0	0	0	0	0	0	0	0	0	79,85

Табл. 3. Расчетные данные

Table 3. Calculated data

№ опыта	Y_{j1}	Y_{j2}	Y_{j3}	Y_{j4}	Ycp_j	S^2_j
1	77,4	77	76,71	76,90	77,00	0,085
2	78,5	78,8	78,3	78,8	78,60	0,060
3	77,5	77,3	77,6	78,4	77,70	0,233
4	78,6	79,1	79,1	79,2	79,00	0,073
5	78,7	79,1	79,0	79,2	79,00	0,047
6	78,8	79,5	79,3	79,6	79,30	0,127
7	77,5	78,18	78,4	78,3	78,10	0,165
8	77,5	77,3	77,6	78,4	77,70	0,233
9	79,7	79,9	79,1	80,68	79,85	0,425
10	78,1	77,9	78,7	78,5	78,30	0,133
11	78,7	79,3	79,4	79,2	79,15	0,097
12	78,6	79,3	79,3	79,2	79,10	0,113
13	78,7	79,3	79,2	79,2	79,10	0,073
14	78,7	79,1	78,6	79,6	79,00	0,207
15	78,5	79,3	79,4	79,6	79,20	0,233

ΣS^2_j 2,31

Табличное значение критерия Кохрена [11]:

$$G_{f_{числ}:f_{знам}:p} = G_{n-1;N_k;p} = G_{3;15;0,95} = 0,276.$$

Так как $G_э = 0,185 < 0,276 = G_{3;15;0,95}$, поэтому все выборочные дисперсии однородны, а число дублей в каждом опыте относительно небольшое, то проверку случайных значений каждого опыта на промах и на принадлежность их нормальному закону распределения проводить не будем.

Так как все выборочные дисперсии однородны, дисперсия воспроизводимости $S^2_{восп}$ и ее число степеней свободы $f_{воспр}$ равны:

$$S^2_{восп} = \frac{\sum_{j=1}^{N_k} S_j^2}{N_k} = \frac{2,31}{15} = 0,154;$$

$$f_{воспр} = N_k(n-1) = 15 \cdot (4-1) = 45.$$

Для построения трехфакторного ортогонального уравнения регрессии второго порядка создадим матрицу моделирования на базе центрального полного факторного плана, рассчитаем коэффициенты регрессии и проверим их на значимость.

Коэффициенты уравнения регрессии и их дисперсий в общем виде имеют вид [10]:

$$b_0 = \frac{\sum_{j=1}^{N_k} X_{0j}\bar{Y}_j}{\sum_{j=1}^{N_k} X^2{}_{0j}} = \frac{1180,55}{15} = 78,5;$$

$$b_r = \frac{\sum_{j=1}^{N_k} X_{rj}\bar{Y}_j}{\sum_{j=1}^{N_k} X^2{}_{rj}} \quad r=1,\dots,k;$$

$$b_{rs} = \frac{\sum_{j=1}^{N_k} (X_{rj}X_{sj})\bar{Y}_j}{\sum_{j=1}^{N_k} (X_{rj}X_{sj})^2} \quad r>sr,s=1,\dots,k;$$

$$b_{rr} = \frac{\sum_{j=1}^{N_k} (X_{rj}{}^2 - \lambda_k)\bar{Y}_j}{\sum_{j=1}^{N_k} (X_{rj}{}^2 - \lambda_k)^2} \quad r=1,\dots,k.$$

Проверим коэффициенты регрессии на значимость по критерию Стьюдента [5]:

– так как факторы ортогональны, дисперсии значимости коэффициентов многофакторного ортогонального уравнения регрессии второго порядка для матрицы моделирования:

$$S_{br}^2 = \frac{S_{восп}^2}{n\sum_{j=1}^{N_k} X_{rj}^2}; r=1,...,k;$$

$$S_{rs}^2 = \frac{S_{восп}^2}{n\sum_{j=1}^{N_k} (X_{rj}^2 X_{sj})^2}; r>sr,s=1,...,k;$$

$$S_{rr}^2 = \frac{S_{восп}^2}{n\sum_{j=1}^{N_k} (X_{rj}^2 - \lambda_k)^2}; r=1,...,k;$$

$$S_{b0}^2 = \frac{S_{восп}^2}{n\sum_{j=1}^{N_k} X_{0j}^2} = \frac{0,154}{4\cdot 15} = 0,00256;\ S_{b0} = \sqrt{S_{b0}^2} = \sqrt{0,00256} = 0,0506;$$

– доверительные интервалы коэффициентов многофакторного ортогонального уравнения регрессии второго порядка:

$$\Delta b_r = t_{f;p} \cdot S_{br},\ r = 1,...,k;$$

$$\Delta b_{rs} = t_{f;p} \cdot S_{brs},\ r > sr,\ s = 1,...,k;$$

$$\Delta b_{rr} = t_{f;p} \cdot S_{brr},\ r = 1,...,k;$$

$$\Delta b_0 = t_{f;p} \cdot S_{b0} = t_{14;0,95} \cdot S_{b0} = 2,014 \cdot 0,0506 = 0,1,$$

где $t_{f;p}$– табличное значение критерия Стьюдента при числе степеней свободы $f = N_k(n-1) = 15-1 = 14$ и доверительной вероятности р=0,95 [5];

– выполним проверку на значимость коэффициентов регрессии.

Коэффициенты многофакторного ортогонального уравнения регрессии второго порядка значимы, если

$$\Delta b_0 < |b_0|;$$

$$\Delta b_r < |b_r|,\ r = 1,...,k;$$

$$\Delta b_{rs} < |b_{rs}|,\ r > sr,\ s = 1,...,k;$$

$$\Delta b_{rr} < |b_{rr}|,\ r = 1,...,k.$$

Результаты расчетов представлены в табл. 4.

Табл. 4. Результаты расчетов коэффициентов регрессии и их значимость

Table 4. The results of the calculation of regression coefficients and their significance

	$X_{0j}Y_{cpj}$	$X_{1j}Y_{cpj}$	$X_{2j}Y_{cpj}$	$X_{2j}Y_{cpj}$	$X_{1j}X_{2j}Y_{cp}$	$X_{1j}X_{3j}Y_{cp}$	$X_{2j}X_{3j}Y_{cp}$	$(X^2_{1j}-\lambda_2)Y_{cpj}$	$(X^2_{2j}-\lambda_2)Y_{cpj}$	$(X^2_{3j}-\lambda_2)Y_{cpj}$
b_r	78,70	0,3000	-0,1389	0,1865	-0,1250	-0,3750	-0,4500	-0,5342	-0,3649	-0,3988
Δb_r	0,1019	0,1193	0,1193	0,1193	0,1396	0,1396	0,1396	0,1890	0,189	0,1890
S (b_r)	0,0506	0,0592	0,0592	0,0592	0,0693	0,0693	0,0693	0,0938	0,0938	0,0938
	b0 значим	b1 значим	b2 значим	b3 значим	b12 не-значим	b13 зна-чим	b32 зна-чим	b11 зна-чим	b22 зна-чим	b33 зна-чим
	1	1	1	1	0	1	1	1	1	1

Так как $\Delta b_{12} = 0{,}1396 \prec |b_{12}| = 0{,}1250$, то для коэффициента b_{12} указанное неравенство не выполняется, следовательно, этот коэффициент статически незначим, и он исключается из полученного уравнения регрессии.

Трехфакторное ортогонализированное уравнение регрессии второго порядка, в котором один регрессионный коэффициент незначим, имеет вид:

$$Y = b_0 + b_1 \cdot X_1 + b_2 \cdot X_2 + b_3 \cdot X_3 + b_{13} \cdot X_1 \cdot X_3 + b_{23} \cdot X_2 \cdot X_3 + b_{11} \cdot (X^2{}_{11} - 2/3) +$$
$$+ b_{22} \cdot (X^2{}_{22} - 2/3) + b_{33} \cdot (X^2{}_{33} - 2/3) \; .$$

Так как имеется незначимый коэффициент, то коэффициенты трехфакторного ортогонального уравнения регрессии второго порядка необходимо пересчитать с использованием метода наименьших квадратов. Система нормальных уравнений для пересчета коэффициентов уравнения имеет вид:

$$
\begin{cases}
15b_0 + b_1\sum_{j=1}^{15} X_{1j} - b_2\sum_{j=1}^{15} X_{2j} + b_3\sum_{j=1}^{15} X_{3j} + b_{13}\sum_{j=1}^{15} X_{1j}X_{3j} + b_{23}\sum_{j=1}^{15} X_{2j}X_{3j} + b_{11}\sum_{j=1}^{15} (X_{1j}^2 - 2/3) + \\
+ b_{22}\sum_{j=1}^{15} (X_{2j}^2 - 2/3) + b_{33}\sum_{j=1}^{15} (X_{3j}^2 - 2/3) = \sum_{j=1}^{15} y_j \\
b_0\sum_{j=1}^{15} X_{1j} + b_1\sum_{j=1}^{15} X_{1j}^2 - b_2\sum_{j=1}^{15} X_{1j}X_{2j} + b_3\sum_{j=1}^{15} X_{1j}X_{3j} + b_{13}\sum_{j=1}^{15} X_{1j}^2X_{3j} + b_{23}\sum_{j=1}^{15} X_{1j}X_{2j}X_{3j} + \\
+ b_{11}\sum_{j=1}^{15} (X_{1j}^2 - 2/3)X_{1j} + b_{22}\sum_{j=1}^{15} (X_{2j}^2 - 2/3)X_{1j} + b_{33}\sum_{j=1}^{15} (X_{3j}^2 - 2/3)X_{1j} = \sum_{j=1}^{15} y_j X_{1j} \\
b_0\sum_{j=1}^{15} X_{2j} + b_1\sum_{j=1}^{15} X_{1j}X_{2j} - b_2\sum_{j=1}^{15} X_{2j}^2 + b_3\sum_{j=1}^{15} X_{2j}X_{3j} + b_{13}\sum_{j=1}^{15} X_{1j}X_{2j}X_{3j} + b_{23}\sum_{j=1}^{15} X_{2j}^2X_{3j} + \\
+ b_{11}\sum_{j=1}^{15} (X_{1j}^2 - 2/3)X_{2j} + b_{22}\sum_{j=1}^{15} (X_{2j}^2 - 2/3)X_{2j} + b_{33}\sum_{j=1}^{15} (X_{3j}^2 - 2/3)X_{2j} = \sum_{j=1}^{15} y_j X_{2j} \\
b_0\sum_{j=1}^{15} X_{3j} + b_1\sum_{j=1}^{15} X_{1j}X_{3j} - b_2\sum_{j=1}^{15} X_{2j}X_{3j} + b_3\sum_{j=1}^{15} X_{3j}^2 + b_{13}\sum_{j=1}^{15} X_{1j}X_{3j}^2 + b_{23}\sum_{j=1}^{15} X_{2j}X_{3j}^2 + \\
+ b_{11}\sum_{j=1}^{15} (X_{1j}^2 - 2/3)X_{3j} + b_{22}\sum_{j=1}^{15} (X_{2j}^2 - 2/3)X_{3j} + b_{33}\sum_{j=1}^{15} (X_{3j}^2 - 2/3)X_{3j} = \sum_{j=1}^{15} y_j X_{3j} \\
b_0\sum_{j=1}^{15} X_{1j}X_{3j} + b_1\sum_{j=1}^{15} X_{1j}^2X_{3j} - b_2\sum_{j=1}^{15} X_{1j}X_{2j}X_{3j} + b_3\sum_{j=1}^{15} X_{1j}X_{3j}^2 + b_{13}\sum_{j=1}^{15} X_{1j}^2X_{3j}^2 + b_{23}\sum_{j=1}^{15} X_{1j}X_{2j}X_{3j}^2 + \\
+ b_{11}\sum_{j=1}^{15} (X_{1j}^2 - 2/3)X_{1j}X_{3j} + b_{22}\sum_{j=1}^{15} (X_{2j}^2 - 2/3)X_{1j}X_{3j} + b_{33}\sum_{j=1}^{15} (X_{3j}^2 - 2/3)X_{1j}X_{3j} = \sum_{j=1}^{15} y_j X_{1j}X_{3j} \\
b_0\sum_{j=1}^{15} X_{2j}X_{3j} + b_1\sum_{j=1}^{15} X_{1j}X_{2j}X_{3j} - b_2\sum_{j=1}^{15} X_{2j}^2X_{3j} + b_3\sum_{j=1}^{15} X_{2j}X_{3j}^2 + b_{13}\sum_{j=1}^{15} X_{1j}X_{2j}X_{3j}^2 + b_{23}\sum_{j=1}^{15} X_{2j}^2X_{3j}^2 + \\
+ b_{11}\sum_{j=1}^{15} (X_{1j}^2 - 2/3)X_{2j}X_{3j} + b_{22}\sum_{j=1}^{15} (X_{2j}^2 - 2/3)X_{2j}X_{3j} + b_{33}\sum_{j=1}^{15} (X_{3j}^2 - 2/3)X_{2j}X_{3j} = \sum_{j=1}^{15} y_j X_{2j}X_{3j} \\
b_0\sum_{j=1}^{15} X_{1j}^2 + b_1\sum_{j=1}^{15} X_{1j}^3 - b_2\sum_{j=1}^{15} X_{1j}^2X_{2j} + b_3\sum_{j=1}^{15} X_{1j}^2X_{3j} + b_{13}\sum_{j=1}^{15} X_{1j}^3X_{3j} + b_{23}\sum_{j=1}^{15} X_{1j}^2X_{2j}X_{3j} + \\
+ b_{11}\sum_{j=1}^{15} (X_{1j}^2 - 2/3)X_{1j}^2 + b_{22}\sum_{j=1}^{15} (X_{2j}^2 - 2/3)X_{1j}^2 + b_{33}\sum_{j=1}^{15} (X_{3j}^2 - 2/3)X_{1j}^2 = \sum_{j=1}^{15} y_j X_{1j}^2 \\
b_0\sum_{j=1}^{15} X_{2j}^2 + b_1\sum_{j=1}^{15} X_{1j}X_{2j}^2 - b_2\sum_{j=1}^{15} X_{2j}^3 + b_3\sum_{j=1}^{15} X_{2j}^2X_{3j} + b_{13}\sum_{j=1}^{15} X_{1j}X_{2j}^2X_{3j} + b_{23}\sum_{j=1}^{15} X_{2j}^3X_{3j} + \\
+ b_{11}\sum_{j=1}^{15} (X_{1j}^2 - 2/3)X_{2j}^2 + b_{22}\sum_{j=1}^{15} (X_{2j}^2 - 2/3)X_{2j}^2 + b_{33}\sum_{j=1}^{15} (X_{3j}^2 - 2/3)X_{2j}^2 = \sum_{j=1}^{15} y_j X_{2j}^2 \\
b_0\sum_{j=1}^{15} X_{3j}^2 + b_1\sum_{j=1}^{15} X_{1j}X_{3j}^2 - b_2\sum_{j=1}^{15} X_{2j}X_{3j}^2 + b_3\sum_{j=1}^{15} X_{3j}^3 + b_{13}\sum_{j=1}^{15} X_{1j}X_{3j}^3 + b_{23}\sum_{j=1}^{15} X_{2j}X_{3j}^3 + \\
+ b_{11}\sum_{j=1}^{15} (X_{1j}^2 - 2/3)X_{3j}^2 + b_{22}\sum_{j=1}^{15} (X_{2j}^2 - 2/3)X_{3j}^2 + b_{33}\sum_{j=1}^{15} (X_{3j}^2 - 2/3)X_{3j}^2 = \sum_{j=1}^{15} y_j X_{3j}^2
\end{cases}
$$

Решив систему уравнений, определим значения коэффициентов и проверим полученное трехфакторное уравнение регрессии второго порядка на адекватность по критерию Фишера:

– рассчитаем значение в каждом опыте по трехфакторному ортогональному уравнению регрессии второго порядка Y_j^p;

- образуем столбец $(\overline{Y}_j - Y_j^p)^2$ и рассчитаем остаточную сумму квадратов по уравнению:

$$\varphi = \sum_{j=1}^{N_k}\left(\overline{Y}_j - Y_j^p\right)^2 = 0,51$$

Дисперсию адекватности $S^2_{ад}$ и ее число степеней свободы:

$$S^2_{ад} = \frac{n\varphi}{N_k - B}$$

$$S^2_{ад} = \frac{4 \cdot 0,51}{15-9} = 0,34$$

$$f_{ад} = N_k - B$$

$$f_{ад} = 15 - 9$$

где φ – остаточная сумма квадратов; N_k – число опытов; n – число дублей; Y_j^p – значение параметра Y, рассчитанное по многофакторному ортогональному уравнению регрессии второго порядка:

$$Y = b_0 + \sum_{r=1}^{k} b_r \cdot X_r + \sum_{r=1}^{k} b_{rs} \cdot X_r X_s + \sum_{r=1}^{k} b_{rr}(X_r^2 - \lambda_k)$$

в котором, оставлены только значимые коэффициенты уравнения регрессии; B – число значимых коэффициентов.

Проверка многофакторного ортогонального уравнения регрессии на адекватность производят по критерию Фишера. При построении уравнения регрессии определяется дисперсия воспроизводимости, дисперсия адекватности и их число степеней свободы. Экспериментальное значение критерия Фишера:

$$F_э = \frac{\max(S^2_{восп}, S^2_{ад})}{\min(S^2_{восп}, S^2_{ад})};$$

$$F_э = \frac{S^2_{ад}}{S^2_{восп}} = \frac{0,34}{0,154} = 2,225.$$

Табличное значение критерия Фишера при доверительной вероятности $p=0,95$. Выбираем из таблицы по $f_{числ}$ и $f_{знам}$ [5].

$$f_{числ} = N - B = 6$$

$$f_{знам} = N(n-1) = 15(4-1) = 45$$

$$F_{6;45;0,95} = 2,308$$

Трехфакторное ортогональное уравнение регрессии второго порядка адекватно, так как $F_э = 2,225 < 2,308 = F_{6;45;0,95}$.

Так как трехфакторное ортогональное уравнение регрессии второго порядка, в котором оставлены только значимые коэффициенты уравнения регрессии адекватно и все коэффициенты при квадратичных членах одного знака, то при $brr < 0$ уравнение регрессии имеет абсолютный максимум, а при $b > 0$ уравнение регрессии имеет абсолютный минимум.

Проведем оптимизацию. Параметр Y имеет максимум. Находим оптимальные значения факторов x_1, x_2, x_3. При котором параметр оптимизации достигает Y_{max} и рассчитаем абсолютную погрешность его прогнозирования ΔY_{max}.

Оптимальное значение нормированных факторов или результаты оптимизации:

$$X_{1опт} = -\frac{b_1}{2 \cdot b_{11}} = -\frac{0,3}{2 \cdot (-0,5342)} = 0,2808; \quad x_{1опт} = x_{10} + X_{1опт} \cdot \Delta x_1 = 1,284 МВ/м;$$

$$X_{2опт} = -\frac{b_2}{2\cdot b_{22}} = -\frac{-0,1389}{2\cdot(-0,3649)} = -0,19;\quad x_{2опт} = x_{20} + X_{2опт}\cdot\Delta x_2 = 2,62 \approx 3c;$$

$$X_{3опт} = -\frac{b_3}{2\cdot b_{33}} = -\frac{0,1865}{2\cdot(-0,3988)} = 0,2339;\quad x_{3опт} = x_{30} + X_{3опт}\cdot\Delta x_3 = 2,6 \approx 3;$$

$$Y_{\max} = 78,7 + 0,3\cdot X_{1опт} - 0,1389\cdot X_{2опт} + 0,1865\cdot X_{3опт} - 0,375\cdot X_{1опт}\cdot X_{3опт} - 0,45\cdot X_{2опт}\cdot X_{3опт} -$$
$$-0,5342\cdot(X^2{}_{1опт} - 2/3) - 0,3649\cdot(X^2{}_{2опт} - 2/3) - 0,3988\cdot(X^2{}_{3опт} - 2/3) = 79,64\%.$$

Полученное уравнение регрессии адекватно и его можно использовать как интерполяционную формулу для вычисления экстрактивности солода при различных сочетаниях и значениях в указанных пределах определяющих факторов.

Предельная абсолютная погрешность $\Delta Y(X_{1,...}X_k)$ прогнозирования параметра $Y(X_{1,...}X_k)$ рассчитанного по адекватному трехфакторному ортогональному уравнению регрессии второго порядка, при условии ортогональности факторов:

$$\Delta Y(X_{1,...}X_k) = t_{f;p}\sqrt{S^2(b_0) + S^2(b_1)\sum_{r=1}^{k} X_r^2 + S^2(b_{12})\sum_{r=1}^{k}(X_r X_s)^2 + S^2(b_{11})\sum_{r=1}^{k}(X^2{}_r - \lambda_k)^2},$$

где $t_{f;p}$– табличное значение критерия Стьюдента при числе степеней свободы $f=N_k(n-1)=45$ и доверительной вероятности 0,95 [5].

$$\Delta Y = 2,014\cdot\sqrt[2]{(0,0506)^2 + 0,0592^2\cdot(0,2808^2 + (-0,19)^2 + 0,2339^2) + 0,0693^2\cdot((-0,17\cdot 0,2339)^2 +}$$

$$\overline{+ 0,2339\cdot 0,2808)^2) + 0,0938^2\cdot((0,2808^2 - 2/3)^2 + ((-0,19)^2 - 2/3)^2 + (0,2339^2 - 2/3)^2)} = \pm 0,1$$

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Математическая обработка и анализ многофакторного эксперимента позволили выявить факторы, влияющие на экстрактивность солода, а также получить математическую регрессионную модель процесса обработки зерна в неоднородном электрическом поле в зависимости от значений технологических факторов. Параметры электрического поля, экспозиция и кратность его воздействия на пивоваренный ячмень являются значимыми для управления экстрактивностью ячменя в процессе солодоращения.

Максимальная экстрактивность солода Y_{max} = 79,64±0,1 % может быть достигнута при напряженности электрического поля, подаваемом на обмотку установки, $x_{1опт}$ = 1,284 МВ/м, экспозиции $x_{2опт}$ = 3с и кратности обработки $x_{3опт}$ = 3 раза.

Математическая модель адекватна, предельная абсолютная погрешность прогнозирования экстрактивности солода при условии ортогональности факторов и доверительной вероятности 0,95 составляет ± 0,1.

ЛИТЕРАТУРА

1 Агафонов, В. П. Значение производства ячменя в экономике и социальном развитии агропромышленного комплекса [Текст]/ В. П. Агафонов // Вестник НГИЭИ. – 2012. – № 9. – С. 3–12.

2 Способ обработки пивоваренного ячменя в сухом виде : пат. 22032 Респ. Беларусь, МПК C12C 1/02 О. В. Бондарчук, В. А. Пашинский, Н. Ф. Бондарь; заявитель Учреждение образования «Белорусский аграрный технический университет». – № а 20160040; заявл. 10.02.2016; опубл. 30.10.2017 // Афіцыйны бюл. / Нац. цэнтр інтэлектуал. уласнасці / – 2017. – № 5. – С. 21.

3 Бондарчук, О. В. Применение установки для интенсификации производства солода на пивоваренном предприятии [Текст] / О. В. Бондарчук, И. И. Гургенидзе, В. А. Пашинский // Агропанорама – 2018. – № 3. – С. 14–17.

4 Гургенидзе, И. И. Технико-экономическое обоснование проекта внедрения установки для интенсификации процесса производства солода на пивоваренном предприятии / И. И. Гургенидзе, О. В. Бондарчук, В. А. Пашинский // Агропанарама. – 2018. – № 6. – С. 20–24.

5 Спиридонов, А. А. Планирование эксперимента при исследовании и оптимизации технологических процессов / А. А. Спиридонов, Н. Г. Васильев. – Свердловск: УПИ им. Кирова, 1975. – 140 с.

6 Косминский, Г.И. Технология солода, пива и безалкогольных напитков: лаб. практикум по техническому контролю производства / Г. И. Косминский. – Минск: Дизайн ПРО, 1998. – 352 с.
7 Солод пивоваренный ячменный: ГОСТ 29294-92. – Введ. 01.06.93. – М.: Изд-во стандартов, 1992. – 32 с.
8 Пиво. Методы определения спирта, действительного экстракта и расчет сухих веществ в начальном сусле: ГОСТ 12787-81 (с измен. № 1, 2). – Введ. 31.12.81 Гос. комитетом СССР по стандартам.
9 Единое окно доступа к информационным ресурсам Федерального портала [Электронный ресурс] / – Режим доступа: http://window.edu.ru/resource/067/77067/files/tdop_3.pdf. –Дата доступа 20.09.2019.
10 Единое окно доступа к информационным ресурсам Федерального портала [Электронный ресурс] / – Режим доступа:http://alexnest.ru/kursovye-referaty-sochineniya/matematicheskie-metody-planirovaniya-eksperimentov. – Дата доступа 20.06.2015.
11 Леонов, А. Н. Основы научных исследований в примерах и задачах: учебно-методическое пособие / А. Н. Леонов, М. М. Дечко, В. Б. Ловкис; под ред. А. Н. Леонова. – Минск: БГАТУ, 2013. – 136 с.

Поступила в редакцию 22.10.2019

ОБ АВТОРАХ:
Пашинский Василий Антонович, кандидат технических наук, доцент, заведующий кафедрой энергоэффективных технологий МГЭИ им. А.Д. Сахарова БГУ, Pashynski@mail.ru.
Бондарчук Оксана Владимировна, старший преподаватель кафедры электротехнологии БГАТУ, guloks82@mail.ru.

ABOUT AUTHORS:
Vasily A. Pashynski, Candidate of Technical Sciences, Associate Professor, Head of the Department of Energy Efficient Technologies, ISEI BSU, e-mail: Pashynski@mail.ru.
Oksana V. Bondarchuk, Senior Lecturer, Department of Electrotechnology, BSATU, e-mail: guloks82@mail.ru.