

УДК 621.313

*Зеленькевич А.И., Збродыга В.М., Прищепов М.А.*

*Белорусский государственный аграрный технический университет,  
г. Минск, Республика Беларусь*

## **СИММЕТРИРОВАНИЕ НАПРЯЖЕНИЯ ПРИ ИСПОЛЬЗОВАНИИ ТРАНСФОРМАТОРА СО СХЕМОЙ СОЕДИНЕНИЯ ОБМОТОК «ЗВЕЗДА-ДВОЙНОЙ ЗИГЗАГ С НУЛЕВЫМ ПРОВОДОМ»**

*В работе представлены результаты теоретических исследований работы трансформатора со схемой соединения обмоток «звезда-двойной зигзаг с нулевым проводом» при несимметричной нагрузке.*

**Ключевые слова:** трансформатор, несимметрия токов и напряжений, магнитодвижущая сила, магнитный поток.

Трансформатор со схемой соединения обмоток «звезда-двойной зигзаг с нулевым проводом» [1] способен поддерживать симметрию напряжений при несимметричном характере нагрузки. При работе трансформатора на несимметричную нагрузку фазные напряжения его первичной обмотки, соединенной в звезду без нулевого провода, могут содержать составляющие прямой, обратной и нулевой последовательностей:

$$\underline{U}_A = \underline{U}_{A1} + \underline{U}_{A2} + \underline{U}_{A0}; \underline{U}_B = \underline{U}_{B1} + \underline{U}_{B2} + \underline{U}_{B0}; \underline{U}_C = \underline{U}_{C1} + \underline{U}_{C2} + \underline{U}_{C0}, \quad (1)$$

где  $\underline{U}_{A1}, \underline{U}_{B1}, \underline{U}_{C1}$  – напряжения прямой последовательности фаз «А», «В», «С» первичной обмотки, В;  $\underline{U}_{A2}, \underline{U}_{B2}, \underline{U}_{C2}$  – напряжения обратной последовательности фаз «А», «В», «С» первичной обмотки, В;  $\underline{U}_{A0}, \underline{U}_{B0}, \underline{U}_{C0}$  – напряжения нулевой последовательности фаз «А», «В», «С» первичной обмотки, В.

В первичной обмотке нет путей для протекания токов нулевой последовательности и они равны нулю:

$$\underline{I}_{A0} = 0; \underline{I}_{B0} = 0; \underline{I}_{C0} = 0. \quad (2)$$

Фазные токи первичной обмотки равны сумме составляющих прямой и обратной последовательности:

$$\underline{I}_A = \underline{I}_{A1} + \underline{I}_{A2}; \underline{I}_B = \underline{I}_{B1} + \underline{I}_{B2}; \underline{I}_C = \underline{I}_{C1} + \underline{I}_{C2}, \quad (3)$$

где  $\underline{I}_{A1}, \underline{I}_{B1}, \underline{I}_{C1}$  – токи прямой последовательности фаз «А», «В», «С» первичной обмотки, А;  $\underline{I}_{A2}, \underline{I}_{B2}, \underline{I}_{C2}$  – токи обратной последовательности фаз «А», «В», «С» первичной обмотки, А.

При этом система фазных токов первичной обмотки является уравновешенной, а их сумма равна нулю:

$$\underline{I}_A + \underline{I}_B + \underline{I}_C = \underline{I}_{A1} + \underline{I}_{A2} + \underline{I}_{B1} + \underline{I}_{B2} + \underline{I}_{C1} + \underline{I}_{C2} = 0. \quad (4)$$

Фазные напряжения вторичной обмотки трансформатора, соединенной в двойной зигзаг с нулевым проводом, могут содержать составляющие всех последовательностей и равны:

$$\underline{U}_a = \underline{U}_{a1} + \underline{U}_{a2} + \underline{U}_{a0}; \underline{U}_b = \underline{U}_{b1} + \underline{U}_{b2} + \underline{U}_{b0}; \underline{U}_c = \underline{U}_{c1} + \underline{U}_{c2} + \underline{U}_{c0}, \quad (5)$$

где  $\underline{U}_{a1}, \underline{U}_{b1}, \underline{U}_{c1}$  – напряжения прямой последовательности фаз «а», «b», «с» вторичной обмотки, В;  $\underline{U}_{a2}, \underline{U}_{b2}, \underline{U}_{c2}$  – напряжения обратной последовательности фаз «а», «b», «с» вторичной обмотки, В;  $\underline{U}_{a0}, \underline{U}_{b0}, \underline{U}_{c0}$  – напряжения нулевой последовательности фаз «а», «b», «с» вторичной обмотки, В.

Фазные токи вторичной обмотки также могут содержать составляющие всех последовательностей:

$$\underline{I}_a = \underline{I}_{a1} + \underline{I}_{a2} + \underline{I}_{a0}; \underline{I}_b = \underline{I}_{b1} + \underline{I}_{b2} + \underline{I}_{b0}; \underline{I}_c = \underline{I}_{c1} + \underline{I}_{c2} + \underline{I}_{c0}, \quad (6)$$

где  $\underline{I}_{a1}, \underline{I}_{b1}, \underline{I}_{c1}$  – токи прямой последовательности фаз «а», «b», «с» вторичной обмотки, А;  $\underline{I}_{a2}, \underline{I}_{b2}, \underline{I}_{c2}$  – токи обратной последовательности фаз «а», «b», «с» вторичной обмотки, А;  $\underline{I}_{a0}, \underline{I}_{b0}, \underline{I}_{c0}$  – токи нулевой последовательности фаз «а», «b», «с» вторичной обмотки, А.

Токи прямой и обратной последовательности протекают по вторичным фазным обмоткам и замыкаются через нагрузку трансформатора. Их сумма в нейтральной точке вторичной стороны равна нулю:

$$\underline{I}_{a1} + \underline{I}_{a2} + \underline{I}_{b1} + \underline{I}_{b2} + \underline{I}_{c1} + \underline{I}_{c2} = 0. \quad (7)$$

Вторичные токи нулевой последовательности равны и одинаково направлены во всех трех фазах:

$$\underline{I}_{a0} = \underline{I}_{b0} = \underline{I}_{c0}. \quad (8)$$

Замыкаясь через нулевой провод и нагрузку, они создают утроенный ток в нулевом проводе:

$$\underline{I}_N = \underline{I}_{a0} + \underline{I}_{b0} + \underline{I}_{c0} = 3\underline{I}_{a0}. \quad (9)$$

На основании второго закона Кирхгофа для первичной обмотки фазы «А» справедливо выражение:

$$\underline{U}_A = \underline{U}_{A1} + \underline{U}_{A2} + \underline{U}_{A0} = -\underline{E}_{A1} - \underline{E}_{A2} - \underline{E}_{A0} + \underline{I}_{A1}\underline{Z}_{11} + \underline{I}_{A2}\underline{Z}_{12}, \quad (10)$$

где  $\underline{E}_{A1}, \underline{E}_{A2}, \underline{E}_{A0}$  – ЭДС прямой, обратной и нулевой последовательности фазы «А» первичной обмотки, создаваемые основным магнитным потоком, В;  $\underline{Z}_{11}, \underline{Z}_{12}$  – полные сопротивления токам прямой и обратной последовательностей первичных фазных обмоток, Ом.

Из выражения (10) определим соотношения составляющих прямой, обратной и нулевой последовательности фазы «А» первичной обмотки:

$$\underline{U}_{A1} = -\underline{E}_{A1} + \underline{I}_{A1}\underline{Z}_{11}; \quad (11)$$

$$\underline{U}_{A2} = -\underline{E}_{A2} + \underline{I}_{A2}\underline{Z}_{12}; \quad (12)$$

$$\underline{U}_{A0} = -\underline{E}_{A0}. \quad (13)$$

Для вторичной обмотки фазы «а» справедливо выражение:

$$\underline{U}_a = \underline{U}_{a1} + \underline{U}_{a2} + \underline{U}_{a0} = \underline{E}_{a1} + \underline{E}_{a2} + \underline{E}_{a0} - \underline{I}_{a1}\underline{Z}_{(2-4)1} - \underline{I}_{a2}\underline{Z}_{(2-4)2} - \underline{I}_{a0}\underline{Z}_{(2-4)0}, \quad (14)$$

где  $\underline{E}_{a1}, \underline{E}_{a2}, \underline{E}_{a0}$  – ЭДС прямой, обратной и нулевой последовательности фазы «а» вторичной обмотки, создаваемые основным магнитным потоком, В;  $\underline{Z}_{(2-4)1}, \underline{Z}_{(2-4)2}, \underline{Z}_{(2-4)0}$  – полные сопротивления токам прямой, обратной и нулевой последовательностей вторичных фазных обмоток, Ом.

$$\underline{Z}_{(2-4)1} = \underline{Z}_{21} + \underline{Z}_{31} + \underline{Z}_{41}; \underline{Z}_{(2-4)2} = \underline{Z}_{22} + \underline{Z}_{32} + \underline{Z}_{42}; \underline{Z}_{(2-4)0} = \underline{Z}_{20} + \underline{Z}_{30} + \underline{Z}_{40}, \quad (15)$$

где  $\underline{Z}_{21}, \underline{Z}_{22}, \underline{Z}_{20}$  - полные сопротивления половин  $a_1, b_1, c_1$  вторичных фазных обмоток соответственно токам прямой, обратной и нулевой последовательности, Ом;  $\underline{Z}_{31}, \underline{Z}_{32}, \underline{Z}_{30}$  - полные сопротивления четвертей  $a_2, b_2, c_2$  вторичных фазных обмоток соответственно токам прямой, обратной и нулевой последовательности, Ом;  $\underline{Z}_{41}, \underline{Z}_{42}, \underline{Z}_{40}$  - полные сопротивления четвертей  $a_3, b_3, c_3$  вторичных фазных обмоток соответственно токам прямой, обратной и нулевой последовательности, Ом.

Из выражения (14) определим соотношения составляющих прямой, обратной и нулевой последовательности фазы «а» вторичной обмотки:

$$\underline{U}_{a1} = \underline{E}_{a1} - \underline{I}_{a1} \underline{Z}_{(2-4)1}; \underline{U}_{a2} = \underline{E}_{a2} - \underline{I}_{a2} \underline{Z}_{(2-4)2}; \underline{U}_{a0} = \underline{E}_{a0} - \underline{I}_{a0} \underline{Z}_{(2-4)0}. \quad (16)$$

Так как составляющие нулевой последовательности фазных токов первичной обмотки  $i_{A0}, i_{B0}, i_{C0}$  равны нулю, то создаваемые ими МДС также равны нулю:

$$i_{A0} W_1 = 0; i_{B0} W_1 = 0; i_{C0} W_1 = 0, \quad (17)$$

где  $W_1$  – количество витков в одной фазе первичной обмотки, шт.

Токи нулевой последовательности, протекая по вторичным фазным обмоткам, создают равные между собой по величине и по фазе МДС половин обмоток  $a_1, b_1, c_1$  и равные между собой МДС четвертей  $a_2, b_2, c_2, a_3, b_3, c_3$ :

$$i_{a0} \frac{W_2}{2} = i_{b0} \frac{W_2}{2} = i_{c0} \frac{W_2}{2}; i_{a0} \frac{W_2}{4} = i_{b0} \frac{W_2}{4} = i_{c0} \frac{W_2}{4}, \quad (18)$$

где  $W_2$  – количество витков в одной фазе вторичной обмотки, шт.

С учетом направления намотки и маркировки выводов токи нулевой последовательности обтекают половины фаз вторичных обмоток  $a_1, b_1, c_1$  и четвертей  $a_2, b_2, c_2, a_3, b_3, c_3$ , расположенных на каждом из стержней магнитопровода, в противоположных направлениях. МДС нулевой последовательности в стержнях фаз «А», «В», «С» будут равны:

$$f_{A0} = 0 + i_{a0} \frac{W_2}{2} - i_{b0} \frac{W_2}{4} - i_{c0} \frac{W_2}{4} = 0; f_{B0} = 0 + i_{b0} \frac{W_2}{2} - i_{a0} \frac{W_2}{4} - i_{c0} \frac{W_2}{4} = 0; f_{C0} = 0 + i_{c0} \frac{W_2}{2} - i_{a0} \frac{W_2}{4} - i_{b0} \frac{W_2}{4} = 0. \quad (19)$$

Происходит компенсация МДС нулевой последовательности, а их магнитные потоки в стержнях магнитопровода будут равны нулю:

$$\Phi_{A0} = \frac{f_{A0}}{R_{A\mu 0}} = 0; \Phi_{B0} = \frac{f_{B0}}{R_{B\mu 0}} = 0; \Phi_{C0} = \frac{f_{C0}}{R_{C\mu}} = 0, \quad (20)$$

где  $R_{A\mu(3n+3)}, R_{B\mu(3n+3)}, R_{C\mu(3n+3)}$  – сопротивления магнитных цепей соответствующих фаз потокам нулевой последовательности, Гн<sup>-1</sup>.

Вторичная обмотка самостоятельно уравнивает свои намагничивающие силы нулевой последовательности, устраняя процесс дополнительного подмагничивания ими магнитопровода. Могут возникать только потоки рассеяния, которые тем меньше, чем ближе расположены друг к другу части вторичной обмотки. ЭДС, создаваемые магнитными потоками нулевой последовательности в обмотках также будут равны нулю:

$$e_{A0} = -W_1 \frac{d\Phi_{A0}}{dt} = 0; e_{a0} = -W_2 \frac{d\Phi_{A0}}{dt} = 0; e_{B0} = -W_1 \frac{d\Phi_{B0}}{dt} = 0; e_{b0} = -W_2 \frac{d\Phi_{B0}}{dt} = 0; e_{C0} = -W_1 \frac{d\Phi_{C0}}{dt} = 0; e_{c0} = -W_2 \frac{d\Phi_{C0}}{dt} = 0. \quad (21)$$

Следовательно, трансформатор не будет генерировать напряжения нулевой последовательности в питающую сеть, так как с учетом выражения (13):

$$\begin{aligned}\underline{U}_{A0} &= -\underline{E}_{A0} = 0; \\ \underline{U}_{B0} &= -\underline{E}_{B0} = 0; \\ \underline{U}_{C0} &= -\underline{E}_{C0} = 0.\end{aligned}\quad (22)$$

Искажение симметрии фазных напряжений первичной обмотки будет обусловлено только составляющими обратной последовательности. С учетом выражений (10) и (22) первичные фазные напряжения равны:

$$\begin{aligned}\underline{U}_A &= -\underline{E}_{A1} - \underline{E}_{A2} + \underline{I}_{A1}\underline{Z}_{11} + \underline{I}_{A2}\underline{Z}_{12}; \\ \underline{U}_B &= -\underline{E}_{B1} - \underline{E}_{B2} + \underline{I}_{B1}\underline{Z}_{11} + \underline{I}_{B2}\underline{Z}_{12}; \\ \underline{U}_C &= -\underline{E}_{C1} - \underline{E}_{C2} + \underline{I}_{C1}\underline{Z}_{11} + \underline{I}_{C2}\underline{Z}_{12}.\end{aligned}\quad (23)$$

Напряжения нулевой последовательности вторичной обмотки будут вызваны только падениями напряжений от соответствующих токов на сопротивлениях фаз:

$$\begin{aligned}\underline{U}_{a0} &= 0 - \underline{I}_{a0}\underline{Z}_{(2-4)0} = -\underline{I}_{a0}\underline{Z}_{(2-4)0}; \\ \underline{U}_{b0} &= 0 - \underline{I}_{b0}\underline{Z}_{(2-4)0} = -\underline{I}_{b0}\underline{Z}_{(2-4)0}; \\ \underline{U}_{c0} &= 0 - \underline{I}_{c0}\underline{Z}_{(2-4)0} = -\underline{I}_{c0}\underline{Z}_{(2-4)0}.\end{aligned}\quad (24)$$

Так как на каждом из стержней магнитопровода четверти вторичных фазных обмоток  $a_2, b_2, c_2, a_3, b_3, c_3$  намотаны встречно половинам  $a_1, b_1, c_1$ , то индуктивные составляющие их сопротивлений токам нулевой последовательности в значительной степени будут взаимно компенсироваться и преобладает активная составляющая:

$$\underline{Z}_{(2-4)0} \approx r_{(2-4)0}.\quad (25)$$

Тогда

$$\underline{U}_{a0} = -\underline{I}_{a0}r_{(2-4)0}; \underline{U}_{b0} = -\underline{I}_{b0}r_{(2-4)0}; \underline{U}_{c0} = -\underline{I}_{c0}r_{(2-4)0}.\quad (26)$$

Вторичные фазные напряжения будут равны:

$$\begin{aligned}\underline{U}_a &= \underline{U}_{a1} + \underline{U}_{a2} + \underline{U}_{a0} = \underline{E}_{a1} + \underline{E}_{a2} - \underline{I}_{a1}\underline{Z}_{(2-4)1} - \underline{I}_{a2}\underline{Z}_{(2-4)2} - \underline{I}_{a0}r_{(2-4)0}; \\ \underline{U}_b &= \underline{U}_{b1} + \underline{U}_{b2} + \underline{U}_{b0} = \underline{E}_{b1} + \underline{E}_{b2} - \underline{I}_{b1}\underline{Z}_{(2-4)1} - \underline{I}_{b2}\underline{Z}_{(2-4)2} - \underline{I}_{b0}r_{(2-4)0}; \\ \underline{U}_c &= \underline{U}_{c1} + \underline{U}_{c2} + \underline{U}_{c0} = \underline{E}_{c1} + \underline{E}_{c2} - \underline{I}_{c1}\underline{Z}_{(2-4)1} - \underline{I}_{c2}\underline{Z}_{(2-4)2} - \underline{I}_{c0}r_{(2-4)0}.\end{aligned}\quad (27)$$

Каждая из составляющих прямой, обратной и нулевой последовательности вторичных напряжений будет равна сумме соответствующих значений трех частей вторичных фазных обмоток. В частности, для фазы «а»:

$$\begin{aligned}\underline{U}_a &= \underline{U}'_{a1} + \underline{U}'_{b2} + \underline{U}'_{c3} = \underline{U}_{a11} + \underline{U}_{b21} + \underline{U}_{c31} + \underline{U}_{a12} + \underline{U}_{b22} + \underline{U}_{c32} + \\ &+ \underline{U}_{a10} + \underline{U}_{b20} + \underline{U}_{c30} = \underline{E}_{a11} + \underline{E}_{b21} + \underline{E}_{c31} + \underline{E}_{a12} + \underline{E}_{b22} + \underline{E}_{c32} - \\ &- \underline{I}_{a1}\underline{Z}_{21} - \underline{I}_{a1}\underline{Z}_{31} - \underline{I}_{a1}\underline{Z}_{41} - \underline{I}_{a2}\underline{Z}_{12} - \underline{I}_{a2}\underline{Z}_{32} - \underline{I}_{a2}\underline{Z}_{42} - \underline{I}_{a0}r_{20} - \underline{I}_{a0}r_{30} - \underline{I}_{a0}r_{40},\end{aligned}\quad (28)$$

где  $\underline{U}'_{a1}, \underline{U}'_{b2}, \underline{U}'_{c3}$  - напряжения частей  $a_1, b_2, c_3$  вторичной обмотки фазы «а», В;  $\underline{U}_{a11}, \underline{U}_{a12}, \underline{U}_{a10}$  - напряжения прямой, обратной и нулевой последовательности половины  $a_1$  вторичной обмотки фазы «а», В;  $\underline{U}_{b21}, \underline{U}_{b22}, \underline{U}_{b20}$  - напряжения прямой, обратной и нулевой последовательности четверти  $b_2$  вторичной обмотки фазы

«а», В;  $\underline{U}_{c31}, \underline{U}_{c32}, \underline{U}_{c30}$  - напряжения прямой, обратной и нулевой последовательности четверти с<sub>3</sub> вторичной обмотки фазы «а», В;  $\underline{E}_{a11}, \underline{E}_{a12}, \underline{E}_{a10}$  - ЭДС прямой, обратной и нулевой последовательности половины а<sub>1</sub> вторичной обмотки фазы «а», В;  $\underline{E}_{b21}, \underline{E}_{b22}, \underline{E}_{b20}$  - ЭДС прямой, обратной и нулевой последовательности четверти b<sub>2</sub> вторичной обмотки фазы «а», В;  $\underline{E}_{c31}, \underline{E}_{c32}, \underline{E}_{c30}$  - ЭДС прямой, обратной и нулевой последовательности четверти с<sub>3</sub> вторичной обмотки фазы «а», В;  $r_{20}, r_{30}, r_{40}$  - активные сопротивления частей а<sub>1</sub>, b<sub>2</sub>, с<sub>3</sub> вторичной обмотки фазы «а» току нулевой последовательности, Ом.

Тогда для составляющих прямой, обратной и нулевой последовательности частей а<sub>1</sub>, b<sub>2</sub>, с<sub>3</sub> вторичной обмотки фазы «а» будут справедливы соотношения:

$$\begin{aligned} \underline{U}_{a11} &= \underline{E}_{a11} - \underline{I}_{a1} \underline{Z}_{21}; & \underline{U}_{a12} &= \underline{E}_{a12} - \underline{I}_{a2} \underline{Z}_{22}; & \underline{U}_{a10} &= -\underline{I}_{a0} r_{20}; \\ \underline{U}_{b21} &= \underline{E}_{b21} - \underline{I}_{a1} \underline{Z}_{31}; & \underline{U}_{b22} &= \underline{E}_{b22} - \underline{I}_{a2} \underline{Z}_{32}; & \underline{U}_{b20} &= -\underline{I}_{a0} r_{30}; \\ \underline{U}_{c31} &= \underline{E}_{c31} - \underline{I}_{a1} \underline{Z}_{41}; & \underline{U}_{c32} &= \underline{E}_{c32} - \underline{I}_{a2} \underline{Z}_{42}; & \underline{U}_{c30} &= -\underline{I}_{a0} r_{40}. \end{aligned} \quad (29)$$

Аналогичным образом получим соотношения для частей вторичной обмотки фазы «b»:

$$\begin{aligned} \underline{U}_{b11} &= \underline{E}_{b11} - \underline{I}_{b1} \underline{Z}_{21}; & \underline{U}_{b12} &= \underline{E}_{b12} - \underline{I}_{b2} \underline{Z}_{22}; & \underline{U}_{b10} &= -\underline{I}_{b0} r_{20}; \\ \underline{U}_{c21} &= \underline{E}_{c21} - \underline{I}_{b1} \underline{Z}_{31}; & \underline{U}_{c22} &= \underline{E}_{c22} - \underline{I}_{b2} \underline{Z}_{32}; & \underline{U}_{c20} &= -\underline{I}_{b0} r_{30}; \\ \underline{U}_{a31} &= \underline{E}_{a31} - \underline{I}_{b1} \underline{Z}_{41}; & \underline{U}_{a32} &= \underline{E}_{a32} - \underline{I}_{b2} \underline{Z}_{42}; & \underline{U}_{a30} &= -\underline{I}_{b0} r_{40}. \end{aligned} \quad (30)$$

Для частей фазы «с» вторичной обмотки:

$$\begin{aligned} \underline{U}_{c11} &= \underline{E}_{c11} - \underline{I}_{c1} \underline{Z}_{21}; & \underline{U}_{c12} &= \underline{E}_{c12} - \underline{I}_{c2} \underline{Z}_{22}; & \underline{U}_{c10} &= -\underline{I}_{c0} r_{20}; \\ \underline{U}_{a21} &= \underline{E}_{a21} - \underline{I}_{c1} \underline{Z}_{31}; & \underline{U}_{a22} &= \underline{E}_{a22} - \underline{I}_{c2} \underline{Z}_{32}; & \underline{U}_{a20} &= -\underline{I}_{c0} r_{30}; \\ \underline{U}_{b31} &= \underline{E}_{b31} - \underline{I}_{c1} \underline{Z}_{41}; & \underline{U}_{b32} &= \underline{E}_{b32} - \underline{I}_{c2} \underline{Z}_{42}; & \underline{U}_{b30} &= -\underline{I}_{c0} r_{40}. \end{aligned} \quad (31)$$

### Заключение

1. Снижение несимметрии напряжений происходит вследствие компенсации составляющих нулевой последовательности, а их остаточные значения обусловлены падениями напряжений от токов нулевой последовательности на активных сопротивлениях фаз вторичной обмотки.

2. Вторичная обмотка самостоятельно уравнивает свои намагничивающие силы нулевой последовательности, устраняя процесс дополнительного подмагничивания ими магнитопровода. При этом магнитная система трансформатора уравновешена.

### Список использованных источников:

1. Прищепов, М.А. Особенности преобразования электрической энергии в трансформаторе со схемой соединения обмоток «звезда-двойной зигзаг с нулевым проводом / М.А. Прищепов, В.М. Збродыга, А.И. Зеленкевич // Агропанорама. – 2017. – № 5. – С. 16-25.