Литература

1. Мартынов Д. Я. *Курс общей астрофизики.* М., 1971. §§26, 39.
2. Рябушко А. П., Жур Т. А., Боярина И. П. *Уравнения движения тела при учете светового давления в специальной и общей теории относительности* // Весці НАН Беларусі. Сер. фіз.-мат. навук. 2012. №3.

ГЕОДЕЗИЧЕСКИЕ ЛИНИИ В РИМАНОВОМ ПРОСТРАНСТВЕ-ВРЕМЕНИ, ПОРОЖДЕННОМ НЕОДНОРОДНОЙ СРЕДОЙ С ПРИТЯГИВАЮЩИМ ЦЕНТРОМ

А.П. Рябушко[1], И.Т. Неманова[2], Т.А. Жур[2]

[1] Белорусский национальный технический университет
Независимости 65, 220013 Минск, Беларусь
[2] Белорусский государственный аграрный технический университет
Независимости 99, 220023 Минск, Беларусь
tatyana-zhur@mail.ru

В работе [1] авторами впервые найдена метрика $g_{\alpha\beta}$ $(\alpha, \beta = 0, 1, 2, 3)$ риманова пространства — времени, порожденного притягивающим центром (Солнцем), окруженным газопылевым облаком, имеющим трехзвенную модель сферически симметричного распределения плотности среды. Уравнения геодезических линий в любом римановом пространстве имеют вид:

$$\frac{d^2x^\alpha}{ds^2} + \Gamma^\alpha_{\beta\sigma}\frac{dx^\beta}{ds}\frac{dx^\sigma}{ds} = 0, \tag{1}$$

где $\Gamma^\alpha_{\beta\sigma} = \frac{1}{2}g^{\alpha\nu}(\frac{\partial g_{\sigma\nu}}{\partial x^\beta}+\frac{\partial g_{\beta\nu}}{\partial x^\sigma}-\frac{\partial g_{\beta\sigma}}{\partial x^\nu})$, $ds^2 = g_{\alpha\beta}dx^\alpha dx^\beta$, x^α — 4-координаты точек, которые принадлежат геодезическим линиям, описывающим движения пробных тел в теории тяготения Эйнштейна (ТТЭ); $x^0 = ct$, c — скорость света в вакууме, t — время; по повторяющимся индексам ведется суммирование.

Уравнения геодезических линий (1) являются нелинейными дифференциальными уравнениями (ДУ) второго порядка, решения которых при $\alpha = i$ $(i = 1, 2, 3)$ дают траектории движения пробных тел (планет, астероидов, комет, космических аппаратов и т. д.) в трехмерном римановом пространстве с метрикой g_{ij} $(j = 1, 2, 3)$, а при $\alpha = 0$ уравнение (1) определяет закон сохранения энергии движущегося пробного тела.

Используя выражения для $g_{\alpha\beta}$ из [1] ДУ (1) интегрируем и находим уравнения траекторий тел в постньютоновском приближении ТТЭ. Так как движение плоское, то принимаем за плоскость движения $x^3 = 0$, а в плоскости x^1Ox^2 вводим полярную систему координат $x^1 = r\cos\varphi$, $x^2 = r\sin\varphi$, в которой уравнение траектории можно записать в виде (с точностью до вековых членов и с эксцентриситетом e не выше первого порядка):

$$\frac{1}{r} = \frac{1+e\cos\varphi}{p} + A_K e\varphi\sin\varphi + B_K e\varphi + C_K\varphi\sin\varphi + D_K e\varphi^2\cos\varphi, \tag{2}$$

где значок $K = 1, 2, 3, 4$ у коэффициентов A_K, B_K, C_K, D_K означает, что уравнение траектории (2) меняется в зависимости от того, в какой области (которых всего четыре) рассматривается движение. Коэффициенты A_K, B_K, C_K, D_K полностью определяются в каждой из областей через известные плотности среды ρ_0, ρ_1, ρ_2 и границы областей R_0, r_1, r_2, R (см. [1]).

Подробное исследование уравнения (2) показывает, что учет гравитационного поля среды уже в ньютоновском приближении приводит к смещению периастра ньютоновского эллипса, но в сторону противоположную релятивистскому смещению (см., например, [2]). В постньютоновском приближении ТТЭ согласно уравнению (2) кроме смещения периастра сам эллипс должен деформироваться: его эксцентриситет и параметр должны меняться (в разных областях — по-разному).

Литература

1. Рябушко А. П., Неманова И. Т., Жур Т. А. *Метрика риманова пространства — времени, порожденного неоднородной средой с притягивающим центром* // Весці НАН Беларусі. Сер. фіз.-мат. навук. 2012. №1. С. 96–100.

2. Ryabushko A. P., Zhur T. A., Nemanova I. T. *Motion of bodies and its stability in the General Relativity Theory* // American Institute of Physics. 2010. Vol. 1205. P. 148–154.

ИНТЕГРИРУЕМЫЕ МОДЕЛИ НЕСТАЦИОНАРНЫХ КВАНТОВЫХ ЗАДАЧ

В.А. Савва

Институт физики НАН Беларуси
Независимости 68, 220072 Минск, Беларусь
v.savva@ifanbel.bas-net.by

Представлен метод и построенные на его основе модели нестационарных задач квантовой механики — аналитические решения уравнения Шредингера, описывающего динамику возбуждения квантовых многоуровневых сред когерентным лазерным излучением. В настоящее время когерентное возбуждение сред сверхкороткими лазерными импульсами является предметом активных экспериментальных и теоретических исследований. Для этих нестационарных задач каноническими моделями являются квантовый гармонический осциллятор и двухуровневая система. Уравнение Шредингера в представлении взаимодействия в рамках приближения медленных амплитуд сводится к системе уравнений

$$-i\frac{da_n}{dt} = f_{n+1}e^{-i\varepsilon_{n+1}t}a_{n+1} + f_n e^{i\varepsilon_n t}a_{n-1}, \quad n = 0, 1, 2, \ldots, N, \quad a_n(0) = \delta_{n,0}, \tag{1}$$

для амплитуд вероятностей $a_n(t)$. Населенности энергетических уровней есть $\rho_n(t) = a_n^*(t) \times a_n(t)$. Безразмерные параметры f_n-матричные элементы дипольных моментов радиационных переходов, t, ε_n — безразмерное время и безразмерные отстройки частот переходов от частоты излучения. Число уровней энергии $N+1$, где N — заданное натуральное число. Решение ищем в виде преобразования Фурье

$$a_n(t) = \sum_{j=0}^{N} \sigma(x_j) p_0 p_n(x_j) e^{it(rx_j + s_n)}. \tag{2}$$

с ортонормированными полиномами $p_n(x_j)$ дискретной переменной x_j, $\sigma(x_j)$ — весовая функция, r, s_n — коэффициенты в рекуррентном соотношении, которому удовлетворяют ортонормированные полиномы. Применив преобразование (2) к (1), получаем соотношение, которое при найденных условиях удовлетворяется, чем устанавливается связь между коэффициентами уравнения и рекуррентного соотношения. Выбирая ту или иную систему полиномов строим квантовую модель: N, E_n, ε_n, f_n и вычисляем по (2) амплитуды, затем населенности уровней в любой момент времени, т. е. находим искомую функцию распределения, которая полностью описывает аналитически когерентную динамику этой многоуровневой системы в поле излучения.