

ЭНЕРГЕТИЧЕСКИЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ ВЕТРА

А.В. Сидоров, канд. техн. наук, В.Г. Сидоров, инженер, И.З. Шволко, инженер,
К.Н. Фадеев, аспирант (БНТУ)

Аннотация

Предлагается новый способ расчета параметров распределения вероятности скоростей ветра на высотах, доступных для использования на ветроэнергетических установках (ВЭУ). Метод основан на решении уравнения энергетического баланса между интегральной суммой мощности наблюдаемых дискретных скоростей ветра и ее аналитическом выражении с помощью функции плотности вероятности. В результате использования данного метода неизвестные параметры распределения скоростей ветра могут быть определены точно, а погрешность оценки средней ветровой мощности зависит только от погрешности данных дискретных анемометрических наблюдений.

A new way of calculating the parameters of probability speeds of a wind distribution at the heights that are accessible to be used at wind-energetic installations is suggested. The method is based on the equation of a power balance between the integrated sum of capacity observable discrete speeds of a wind and its analytical expression by the means of function density probability. As a result of the method usage of the unknown parameters of speed distribution of a wind can be precisely defined, an error of average wind capacity estimation depends only on the error of discrete anemometrical supervision results.

Введение

Технологии рационального использования возобновляемой энергии движущихся воздушных масс значительно усовершенствовались в последние десятилетия. Коэффициент ее использования в современных ветроэнергетических установках большой мощности даже в зонах слабых и средних ветров достигает 50% [1]. Решающим фактором, влияющим на инвестиционную привлекательность ветроэнергетики, является выбор площадки для размещения генерирующих мощностей [2]. Обоснование такого выбора производится на основе оценки среднегодовой выработки электроэнергии, что требует проведения дополнительных детальных анемометрических исследований в зонах предполагаемой установки ВЭУ.

На первоначальном этапе производится сбор данных о мгновенных скоростях ветра выбранной площадки на стандартных высотах [3]. Обработка измерений позволяет получить информацию о плотности вероятности распределения скоростей ветров, а затем вычислить по ней среднегодовой объем выработки электроэнергии, рентабельность и срок окупаемости ВЭУ—экономические параметры, являющиеся главными факторами для принятия решения о размещении ВЭУ на рассматриваемой территории. Поскольку мощность ветра пропорциональна кубу его скорости, то необходимо как можно точнее определить функцию распределения скоростей ветра. В случае завышенной оценки средней мощности ветра принятие решения об установке ВЭУ на данной площадке может привести к снижению реальной рента-

бельности и высоким срокам ее окупаемости, а в случае заниженной оценки, наоборот, к неправомерному отказу от размещения ВЭУ в данной зоне. Поэтому задача определения неизвестных параметров функции распределения скоростей ветров является на текущий момент весьма актуальной с точки зрения эффективности использования возобновляемых ветроэнергетических ресурсов [2-4].

Наибольшую точность описания повторяемости скоростей ветра дает Weibull – распределение [4], распределение Гудрича [5]:

$$F(v) = 1 - e^{-\left(\frac{v}{c}\right)^k} \quad v > 0, k > 0, c > 1 \quad (1)$$

с плотностью вероятности

$$f(v) = \frac{k}{c} \cdot \left(\frac{v}{c}\right)^{k-1} \cdot e^{-\left(\frac{v}{c}\right)^k} \quad v > 0, k > 0, c > 1, (2)$$

где v – скорость ветра, а k и c являются неизвестными параметрами формы и масштаба указанного распределения. Использование стандартного статистического метода наибольшего правдоподобия [6] для нахождения k и c затруднительно в связи с выполнением операции дифференцирования над произведением из n членов вида (2), где n – количество измерений мгновенной скорости ветра v_i (м/с), которое может достигать величин порядка 10^6 . Логарифмический вариант данного метода, позволяющий заменить произведение суммой, к сожалению, приводит к неточным результатам. Например, параметр c по этому методу оказывается

равным средней скорости ветра. Так как другим точным аналитическим способом определить независимо k и c не представляется возможным, нахождение значений этих параметров по данным измерений мгновенных скоростей ветра [7] сопряжено, во-первых, с приближенной аппроксимацией

$$k = \left(\frac{\rho}{\bar{v}}\right)^{-1,086}, \quad c = \frac{\bar{v}}{\Gamma(1+1/k)}, \quad (3)$$

где \bar{v} и ρ – средняя скорость и среднеквадратическое отклонение скорости ветра, а $\Gamma(1+1/k)$ – гамма-функция или, во-вторых, с их косвенной оценкой на основе двойной логарифмической линеаризацией (1) [4, 5, 7]

$$\ln[-\ln(1-F(v))] = k \cdot \ln(v) - k \cdot \ln(c) \quad (4)$$

с последующим вычислением введенных новых неизвестных a и b :

$$\begin{aligned} a &= k \\ b &= -k \cdot \ln(c) \\ y &= \ln[-\ln(1-F(v))] \\ x &= k \cdot \ln(v) \\ y &= a \cdot x + b \end{aligned} \quad (5)$$

по выражениям метода наименьших квадратов Гаусса.

Второй способ представляется более предпочтительным и действительно дает хорошее визуальное приближение измеренных данных к функции плотности вероятности скоростей ветра [4, 7]. На рис.1 приведен пример обработки данных измерений скоростей ветра с помощью выражений (4, 5) из источника [4, с. 2-43]. Данные натуральных наблюдений повторяемости скоростей ветра приведены на рис.1 и обозначены кружками, а график их функции плотности вероятности – сплошной кривой. Однако, как отмечается в том же источнике [4], оценка средней мощности ветра \bar{P}_v по полученной на основе выражений (5) функции плотности вероятности $f(v)$

$$\bar{P}_v = \frac{1}{2} \rho \cdot A \cdot \int_0^{\infty} f(v) \cdot v^3 dv \quad (6)$$

не всегда принимает значение, совпадающее с результатами непосредственного вычисления этой мощности \bar{P}_{vi} по данным измерений мгновенных скоростей ветра vi даже за длительный период времени

$$\bar{P}_{vi} = \frac{1}{n \cdot \Delta t} \sum_1^n (P_i \cdot \Delta t) = \frac{1}{n} \sum_1^n \left(\frac{1}{2} \rho \cdot A \cdot v_i^3 \right) \quad (7)$$

где P_i – мгновенные дискретные значения мощности ветра, измеренной на i -ом интервале; A – площадь сечения воздушного потока в плоскости, перпендикулярной направлению движения воздуха (m^2); ρ – плотность воздушного потока (kg/m^3); n – количество измерений дискретных мгновенных значений скорости ветра vi (m/s), произведенных равномерно через равные интервалы времени Δt за весь период наблюдений.

Чем ближе окажутся значения \bar{P}_v и \bar{P}_{vi} , тем точнее будет последующее «предсказание» среднегодовой выработки электроэнергии \bar{P}_v , выполненное на основе найденного Weibull - распределения (1). Целью данной работы является разработка метода точного определения параметров функции вероятности скоростей ветра, позволяющей существенно уменьшить погрешность оценки среднегодовой выработки электроэнергии на предполагаемых к использованию ВЭУ.

Основная часть

Авторами публикации предлагается новый метод определения неизвестных параметров k и c функции распределения скоростей ветра, который в отличие от косвенных выражений (4),(5), основан на прямом уравнении энергетического баланса выражений (6) и (7)

$$\bar{P}_v = \bar{P}_{vi} \quad (8)$$

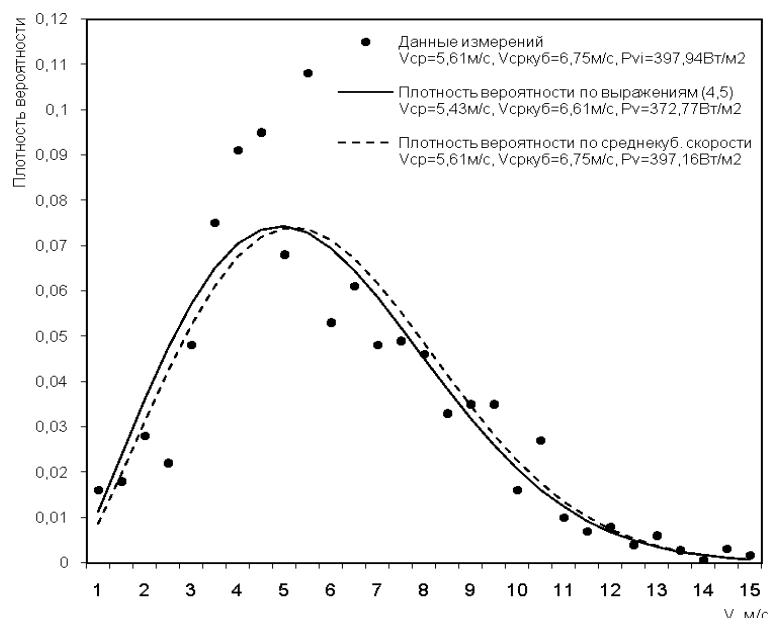


Рисунок 1. Данные измерений скоростей ветра [4] и их плотность вероятности

Решение уравнения (8) относительно неизвестных параметров k и c позволит получить такую форму Weibull-распределения, интеграл которого на бесконечном пределе дает точное соответствие значению средней мощности \bar{P}_{vi} , вычисленной по данным измерений мгновенных дискретных скоростей ветра vi .

Подставив в интеграл (6) выражение функции плотности вероятности (2),

$$\bar{P}_v = \frac{1}{2} \rho \cdot A \cdot \int_0^{\infty} \left[\left(\frac{k}{c} \cdot \left(\frac{v}{c} \right)^{k-1} \cdot e^{-\left[\left(\frac{v}{c} \right)^k \right]} \right) \cdot v(t)^3 \right] dv,$$

после некоторых математических преобразований, получим

$$\bar{P}_v = \frac{1}{2} \rho \cdot A \cdot c^3 \cdot \Gamma(1+3/k), \quad (9)$$

где гамма-функция $\Gamma(1+1/k)$ может быть определена как

$$\Gamma(1+1/k) = \int_0^{\infty} (x^{1/k} \cdot e^{-x}) dx, \quad x = \left(\frac{v}{c} \right)^k$$

Так как средняя скорость ветра \bar{v} с плотностью вероятности (2) вычисляется аналитически

$$\bar{v} = \int_0^{\infty} \left[\left(\frac{k}{c} \cdot \left(\frac{v}{c} \right)^{k-1} \cdot e^{-\left[\left(\frac{v}{c} \right)^k \right]} \right) \cdot v(t) \right] dv = c \cdot \Gamma(1+1/k),$$

то имеется возможность выразить параметр c через k

$$c = \frac{\bar{v}}{\Gamma(1+1/k)} \quad (10)$$

и подставить его в выражение (9)

$$\begin{aligned} \bar{P}_v &= \frac{1}{2} \rho \cdot A \cdot c^3 \cdot \Gamma(1+3/k) = \\ &= \frac{1}{2} \rho \cdot A \cdot \bar{v}^3 \cdot \frac{\Gamma(1+3/k)}{[\Gamma(1+1/k)]^3}. \end{aligned} \quad (11)$$

В другой половине равенства (8), произведя перегруппировку множителей интегральной суммы, получим

$$\begin{aligned} \bar{P}_{vi} &= \frac{\rho \cdot A}{2n} \sum_1^n (v_i^3) = \\ &= \frac{\rho \cdot A}{2} \cdot \left(\sqrt[3]{\frac{\sum v_i^3}{n}} \right)^3 = \frac{\rho \cdot A \cdot (\bar{\bar{v}})^3}{2}, \end{aligned} \quad (12)$$

где величина

$$\bar{\bar{v}} = \sqrt[3]{\frac{\sum v_i^3}{n}} \quad (13)$$

является *среднекубической* скоростью ветра [8] и может быть вычислена по данным измерений мгновенных дискретных значений - vi , также как и *средняя* скорость ветра

$$\bar{v} = \frac{\sum v_i}{n}. \quad (14)$$

Приравняв полученные значения выражений (11) и (12), имеем:

$$\frac{\rho \cdot A \cdot (\bar{v})^3}{2} \cdot \frac{\Gamma(1+3/k)}{[\Gamma(1+1/k)]^3} = \frac{\rho \cdot A \cdot (\bar{\bar{v}})^3}{2}. \quad (15)$$

Сократив одинаковые множители в выражении (15), из первоначального энергетического равенства (8) окончательно получим следующее:

$$\frac{(\bar{\bar{v}})^3}{(\bar{v})^3} = \frac{\Gamma(1+3/k)}{[\Gamma(1+1/k)]^3},$$

либо, взяв кубический корень, имея ввиду положительность \bar{v} и $\bar{\bar{v}}$,

$$\frac{\bar{\bar{v}}}{\bar{v}} = \frac{\sqrt[3]{\Gamma(1+3/k)}}{\Gamma(1+1/k)} \quad (16)$$

На основании выражения (16) с помощью вычисленных по данным измерений дискретных мгновенных скоростей ветра vi средних значений \bar{v} и $\bar{\bar{v}}$ возможно найти неизвестный параметр k из Weibull-распределения. Аналитически эту операцию выполнить не представляется возможным, и для того чтобы воспользоваться численными методами, определим характер поведения функции

$$f(k) = \frac{\sqrt[3]{\Gamma(1+3/k)}}{\Gamma(1+1/k)} = \frac{\bar{\bar{v}}}{\bar{v}}, \quad (17)$$

учтя условия определения значений \bar{v} и $\bar{\bar{v}}$ (13) и (14). Так как скорость ветра $v(t)$ по своему физическому смыслу является величиной положительной и переменной во времени, то на основании выражений (13) и (14), всегда будет соблюдаться условие:

$$\bar{\bar{v}} \geq \bar{v},$$

что определяет область значений найденного отношения (16) как

$$f(k) = \frac{\bar{\bar{v}}}{\bar{v}} = \frac{\sqrt[3]{\Gamma(1+3/k)}}{\Gamma(1+1/k)} \geq 1.$$

Построив график функции (17), можно констатировать, что она имеет монотонный убывающий характер на всей области ее определения

$$k > 0$$

с двумя асимптотами

$$k \rightarrow 0, \quad f(k) \rightarrow \infty$$

$$k \rightarrow \infty, \quad f(k) \rightarrow 1$$

На рис. 2 приведен график функции, определяе-

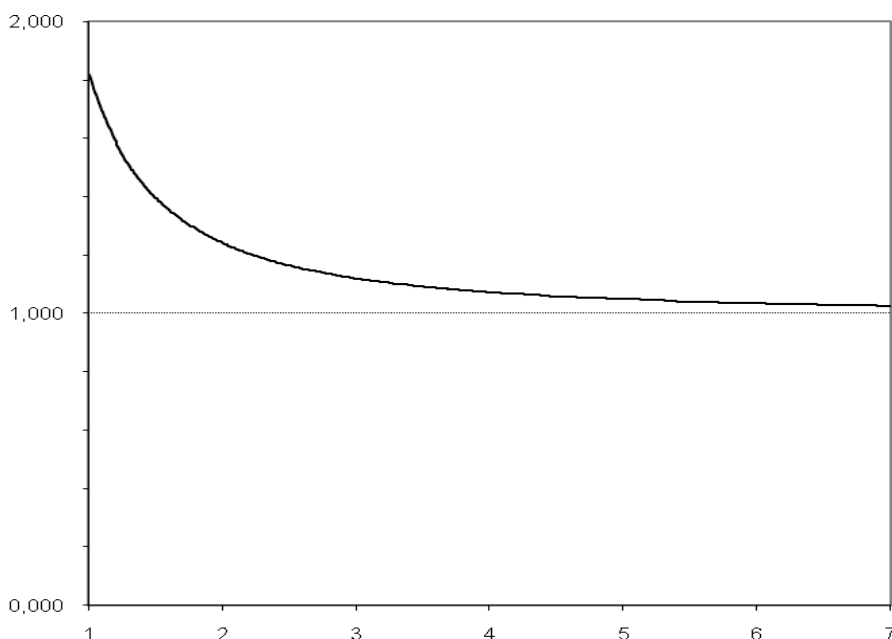


Рисунок 2. График функции (17) на диапазоне значений [1, 7] аргумента k .

мой по выражению (17) на диапазоне значений [1, 7] аргумента k , представляющий практический интерес с точки зрения данной задачи.

Таким образом, для сходящегося решения уравнения (16) относительно неизвестного параметра k возможно воспользоваться любым численным методом. Затем по найденному значению k на основании выражения (10) определяется второй параметр Weibull-распределения c . В итоге получаем параметры функции плотности вероятности, использование которой для определения средней мощности должно в точности соответствовать данным измерений.

Так, для данных измерений мгновенных скоростей ветра, приведенных на рис.1, в источнике [4] была получена средняя скорость

$$\bar{v}_i = 5,61 \text{ м/с} \quad (18)$$

и средняя плотность энергии

$$\bar{P}_{vi} = 397,94 \text{ Вт/м}^2, \quad (19)$$

а по выражениям (4), (5) определены параметры Weibull-распределения k и c :

$$k = 2,110; \quad c = 6,152 \text{ м/с}. \quad (20)$$

Вычисленная средняя скорость ветра на основе полученного Weibull-распределения составила

$$\bar{v} = 5,43 \text{ м/с},$$

а плотность энергии

$$\bar{P}_v = 372,77 \text{ Вт/м}^2,$$

что дает несоответствие со средней скоростью ветра (18), рассчитанной по данным измерений мгновенных скоростей

$$\left(1 - \frac{\bar{v}}{v_i}\right) \cdot 100\% = 3,27\% \quad (21)$$

и со значением средней плотности энергии \bar{P}_{vi}

$$\left(1 - \frac{\bar{P}_v}{P_{vi}}\right) \cdot 100\% = 6,32\%. \quad (22)$$

Использование предлагаемого способа нахождения параметров k и c позволяет получить результаты:

$$k = 2,200 \quad c = 6,359 \text{ м/с} \quad (23)$$

$$\bar{v} = 5,61 \text{ м/с}$$

$$\bar{P}_v = 397,16 \text{ Вт/м}^2$$

$$\left(1 - \frac{\bar{v}}{v_i}\right) \cdot 100\% = 0,001\% \quad (24)$$

$$\left(1 - \frac{\bar{P}_v}{P_{vi}}\right) \cdot 100\% = 0,02\%, \quad (25)$$

которые значительно точнее соответствуют данным измерений (18), (19). График Weibull-распределения, полученного по предлагаемой методике, обозначенный на рис.1 штриховой линией, отличается по форме от «сплошного» смещением в сторону больших ветров, что по физическому смыслу хорошо согласуется со значениями выражений (20) и (23).

Остаточная неточность результатов выражений (24), (25) найденного Weibull-распределения, на наш взгляд, обусловлена погрешностями использованного в работе численного метода для решения уравнения (16), однако ее уровень, без сомнения, удовлетворяет требованиям практического использования предлагаемого способа расчета параметров k и c при обработке результатов анемометрических исследований.

В соответствии с вышеизложенным, следует констатировать, что средняя и среднекубическая скорости ветра, будучи соответственно начальными первым и третьим моментами случайной вели-

чины [5], однозначно описывают параметры Weibull-распределения, эквивалентного в энергетическом смысле с данными анемометрических измерений. Кроме того, имея достоверную оценку величины среднекубической скорости ветра на рассматриваемой территории, возможно вычислить среднюю ветроэнергетическую мощность непосредственно по выражению (12), минуя нахождение параметров Weibull-распределения и последующее интегрирование. Этой задачи, однако, не удастся миновать, когда потребуется производить расчеты среднегодовой выработки электроэнергии на предполагаемых к использованию в данной зоне ветроэнергетических установок, так как они имеют весьма широкий, но все же ограниченный рабочий диапазон ветров [1]. Тем не менее, и в этом случае предпочтительнее пользоваться предлагаемыми в статье оценками параметров Weibull-распределения, так как они получены на основе уравнения энергетического баланса (18), а диапазоны ветров, при которых ВЭУ не функционирует, вносят весьма незначительный вклад в выработку электроэнергии. Так, для плотности вероятности ветров, приведенной на рис.1 и ВЭУ E-70 компании ENERCON, доля неиспользуемой энергии ветров в нижнем диапазоне ($v < 2$ м/с) составляет 0,93%, а в верхнем ($v > 15$ м/с) – 1,62%, что суммарно даже меньше, чем ошибка в оценке средней мощности, полученная по выражению (22). Если плотность вероятности скоростей ветров для рассматриваемой территории окажется смещенной в сторону больших значений, то пренебрегать составляющей высоких ветров в выработке электроэнергии становится невозможно. В этом случае оценки параметров Weibull-распределения следует уточнить по уравнению энергетического баланса (8), у которого интеграл в левой части имеет ограниченные $[v_{\min}, v_{\max}]$, а не бесконечные $[0, +\infty)$, как было рассмотрено выше, пределы.

Выводы

С помощью предлагаемого метода неизвестные параметры функции распределения скоростей ветра могут быть определены точно, и впоследствии данная функция распределения может быть использована для расчета средней мощности ветра на исследуемой территории.

При использовании данного метода погрешность оценки средней мощности ветра зависит только от погрешности данных наблюдений дискретных скоростей ветра.

Средняя и среднекубическая скорости ветра, однозначно, описывают параметры Weibull-распределения.

Имея достоверную оценку величины среднекубической скорости ветра на рассматриваемой территории, можно вычислить среднюю ветроэнергетическую мощность, минуя нахождение параметров функции распределения скоростей ветра и последующее интегрирование.

В атласах, созданных для усредненной оценки ветрообстановки, наряду со среднегодовой скоростью ветра, следует указывать и среднекубическую, которая является действительной мерой ветроэнергетических резервов данной территории.

При расчете среднегодовой выработки электроэнергии на реальных ВЭУ, устанавливаемых на выбранной площадке, параметры функции распределения скоростей ветра данной зоны необходимо рассчитывать на основании уравнения энергетического баланса, учитывая ограниченный рабочий диапазон ветров, на которых может функционировать данная ВЭУ.

ЛИТЕРАТУРА

1. Enercon Wind Turbines Product Overview. Technical Data E-70. Enercon GmbH [Electronic resource]. – The Hague, 2009. – Mode of access: [http // www.enercon.de](http://www.enercon.de). – Date of access: 27.10.2009 г.
2. Методические указания по обоснованию и разработке схемы размещения площадок под ветроэнергетические установки на территории Республики Беларусь: отчет о НИР. – Т. 1 / Белэнергосетьпроект. – Минск, 1995. – 69 с. – № ГР Б12488-02.
3. Проведение изыскательских работ по оценке ветроэнергетических ресурсов для обоснования схем размещения и проектирования ветроэнергетических установок: методич. указания. РД52.04.275.89. – Москва, Госкомгидромет, 1991. – 51 с.
4. Gary L. Johnson. Wind Energy Systems [Electronic resource]. – Mode of access: [http // www.eece.ksu.edu/~gjohnson/Windbook.pdf](http://www.eece.ksu.edu/~gjohnson/Windbook.pdf). – Date of access: 8.12.2008.
5. Заварина, М.В. Расчетные скорости ветра на высотах нижнего слоя атмосферы/ М.В. Заварина. – Л.: Гидрометеиздат, 1971. – 164 с.
6. Джонсон, Н. Статистика и планирование эксперимента в технике и науке. Методы обработки данных/ Н. Джонсон, Ф. Лион. – М.: Мир, 1980. – 610 с.
7. Justus, C. G. Winds and Wind System Performance/ C.G. Justus. – Franklin Institute Press, Philadelphia, 1978. – P. 378.
8. Гатило, П. Д. Закономерности изменения скорости и энергии ветра в условиях БССР/ П.Д. Гатило// Известия Академии Наук Белорусской ССР, №6. – 1954. – С. 69-82.