[1]Чигарев А.В., [1]Чигарев Ю.В[1]., [2]Крук И.С., [3]Воробей А.С.

[1]Zachodniopomorski Uniwersytet Technologiczny w Szczecinie, [2]БГАТУ, ИППК МЧС РБ,
[3]РУП «НПЦ НАН Беларуси по Механизации Сельского Хозяйства»

УСТОЙЧИВОСТЬ НЕЛИНЕЙНЫХ КОЛЕБАНИЙ ПЛАСТИН

STABILITY OF NON-LINEAR VIBRATIONS OF PLATES

ВВЕДЕНИЕ

В статье рассмотрены вопросы стохастизации колебаний шарнирно – опертой пластины. В случае выполнения критерия стохастичности определена устойчивость колебаний пластины по вероятности.

Конструктивные узлы и элементы сельскохозяйственных тракторов и орудий содержат пластины и оболочки шарнирного опирания, которые необходимо исследовать на прочность и устойчивость под действием внешней нагрузки. Исследованию задач связанных с определением параметров изгиба и устойчивости пластин и оболочек посвящено большое количество работ. Однако, существует еще множество нерешенных задач, в том числе и подходов, требующих дополнительных уточнений. В статье рассмотрены вопросы стохастизации колебаний шарнирно – опертой пластины. В случае выполнения критерия стохастичности определена устойчивость колебаний пластины по вероятности.

ОСНОВНАЯ ЧАСТЬ

Уравнение упруговязких колебаний пластины с ядром релаксации $R(t)$ Колтунова-Ржаницина;представим в форме [1]

$$(1-R^*)\frac{N}{h}\nabla^4(u_3-u_{03})=L(u,\Phi)+\frac{Q}{h}-\frac{\beta}{g}\frac{\partial^2 u_3}{\partial t^2}. \tag{1}$$

Деформации срединной поверхности имеют вид [1]

$$\varepsilon_x=\frac{\partial u_2}{\partial x}+\frac{1}{2}\left[\frac{\partial(u_\varsigma+u_{\varsigma o})}{\partial x}\right]^2-\frac{1}{2}\left(\frac{\partial u_{\varsigma\hat{\imath}}}{\partial \tilde{o}}\right)^2;$$
$$\varepsilon_y=\frac{\partial u_2}{\partial y}+\frac{1}{2}\left[\frac{\partial(u_\varsigma+u_{\varsigma o})}{\partial y}\right]^2-\frac{1}{2}\left(\frac{\partial u_{\varsigma\hat{\imath}}}{\partial y}\right)^2; \tag{2}$$
$$\gamma=\frac{\partial u_1}{\partial y}+\frac{u_2}{\partial x}+\frac{\partial(u_\varsigma+u_{\varsigma o})}{\partial x}\frac{\partial(u_\varsigma+u_{\varsigma o})}{\partial y}.$$

Уравнения совместности

$$\frac{1}{N}\nabla^4\Phi=-\frac{1}{2}[L(u_\varsigma,u_\varsigma)-L(u_{\varsigma\hat{\imath}},u_{\varsigma o})] \tag{3}$$

[1] Adres do korespondencji: Chigarev Yuri, Zachodniopomorski Uniwersytet Technologiczny w Szczecinie, ul. Papieża Pawła VI 1, 71-459 Szczecin, e-mail: yuri.chigarev@zut.edu.pl

Закон распределения полного и осевого прогиба примем в виде

$$u_z = f(t)\sin\frac{m\Pi x_1}{a}\sin\frac{m\Pi x_2}{b};$$
$$u_0 = f_1(t)\sin\frac{m\Pi x_1}{a}\sin\frac{m\Pi x_2}{b}. \tag{4}$$

Подстановкой (4) в (3) определим функцию напряжений Φ и, применяя к уравнению (1) метод Бубнова-Галеркина, перейдем к нелинейному обыкновенному дифференциальному уравнению второго порядка, которое при $f_0 = 0$, $m = n = 1$ имеет вид

$$\ddot{\xi}(t) + \omega^2(\xi + \alpha\xi^3) = Q^*,$$
$$Q^*(t) = \varepsilon b\omega\sum\delta(t - kT),\ b = \frac{16c^2}{E\Pi^2 h^2}.$$

Уравнения изменения амплитуд и фаз будем описывать разностными уравнениями вида [2]

$$A_{n+1} = \frac{1}{2}(2 + \varepsilon\sin 2\theta_n); \qquad \theta_{n+1} = \left\{Q_n + k_n\sin 2\theta + \frac{\omega_n}{\Omega} + \frac{\varepsilon}{2}(1 + \cos 2\theta)\right\};$$

где $k_n = \frac{3}{8}\alpha A_n^2\varepsilon\omega T$.

Корреляционная функция для фазы приводит при определенных условий к выполнению критерия стохастичности и исследование устойчивости нужно проводить вероятностными методами [2].

Вероятность события, состоящего в том, что колебания пластинки с течением времени выйдут из области устойчивых значений определяется выражением [3]

$$p(|\xi| > \Delta(d)) = 1 - p(|\xi| < \Delta(d)) = 1 - \int_{-\infty}^{\infty}\frac{M}{c\xi^2}\, exp ln\sqrt{\xi}\, d\xi$$

ВЫВОДЫ

Таким образом, колебание пластины может носить при определённых условиях случайный характер и исследование устойчивости проводится вероятностными методами.

ЛИТЕРАТУРА

1. Огибалов П.М., Колтунов М.А. Оболочки и пластины. Изд-во МГУ, 1969, с. 695
2. Чигарев А.В. Стохастическая и регулярная динамика неоднородных сред. Минск, УП «Технопринт», 2000, с. 426
3. Хасьминский Р.З. Устойчивость систем дифференциальных уравнений при случайных возмущениях их параметров. М. Наука. 1969. 367 с.