

Использование данного метода распределения заказов между поставщиками предлагается с тем, чтобы оптимизировать затраты на выполнение заказов и, тем самым, увеличить общий экономический эффект деятельности предприятия.

УДК 659.113

Е. Турченик

(Республика Беларусь)

Научный руководитель: В.В. Полегенький, к.ф.-м.н., доцент
Белорусский государственный аграрный технический университет

ИССЛЕДОВАНИЕ МОДЕЛИ Р. СТОУНА ПОТРЕБИТЕЛЬСКОГО РЫНКА

В настоящей работе аналитическими и численными методами была исследована модель Р. Стоуна потребительского выбора, основанная на задаче поиска оптимальных потребительских наборов, в которой (в отличие от обычной, канонической формулировки) вместо функции полезности (ФП)

$$U(x_1, x_2, \dots, x_n) = x_1^{\alpha_1} x_2^{\alpha_2} \dots x_n^{\alpha_n}$$

максимизируют ФП

$$U(x_1, x_2, \dots, x_n) = (x_1 - a_1)^{\alpha_1} (x_2 - a_2)^{\alpha_2} \dots (x_n - a_n)^{\alpha_n} \quad (1)$$

при заданных бюджетных ограничениях I, I_{\min} (модель (1)):

$$\begin{cases} U(x_1, x_2, \dots, x_n) = (x_1 - a_1)^{\alpha_1} (x_2 - a_2)^{\alpha_2} \dots (x_n - a_n)^{\alpha_n} \rightarrow \max; \\ p_1 x_1 + p_2 x_2 + \dots + p_n x_n \leq I; \\ p_1 a_1 + p_2 a_2 + \dots + p_n a_n = I_{\min}; \\ x_1, x_2, \dots, x_n \geq 0; \quad a_1, a_2, \dots, a_n \geq 0 \end{cases}, \text{ где}$$

x_i, p_i ($i = 1, 2, \dots, n$) - количество приобретенного i -го блага и его цена соответственно; a_i, I_{\min} - минимально необходимое количество приобретаемого i -го блага и их суммарная стоимость.

Общее оптимальное решение данной задачи может быть найдено по аналогии с общим решением обычной канонической задачи и представлено в виде потребительских наборов (функций спроса):

$$x_i = a_i + \frac{\alpha_i (I - I_{\min})}{p_i \sum_{j=1}^n \alpha_j}, \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (2)$$

Поскольку цены изменяются со временем (в связи, например, с инфляцией), то возникает вопрос, как изменяется оптимальный набор благ с течением времени t . Для решения указанной проблемы предлагается использовать временную модель Р. Стоуна (в предположении, что в каждый момент времени имеет место локальное рыночное равновесие), в которой

$$p_i = p_i(t) \text{ и, как следствие, } x_i = x_i(t), \quad i = 1, \dots, n \text{ при}$$

$$p_i = \text{const}, \alpha_i = \text{const}, I = \text{const} \quad (3)$$

Тогда модель (1) принимает вид

$$\begin{cases} U(x_1(t), \dots, x_n(t)) = (x_1(t) - a_1)^{\alpha_1} \cdot \dots \cdot (x_n(t) - a_n)^{\alpha_n} \rightarrow \max; \\ p_1(t)x_1(t) + p_2(t)x_2(t) + \dots + p_n(t)x_n(t) \leq I; \\ p_1(t)a_1 + p_2(t)a_2 + \dots + p_n(t)a_n = I_{\min}; \\ x_1, x_2, \dots, x_n \geq 0; \quad a_1, a_2, \dots, a_n \geq 0 \end{cases} \quad (4)$$

Решение (4) аналогично (2) и определяется как

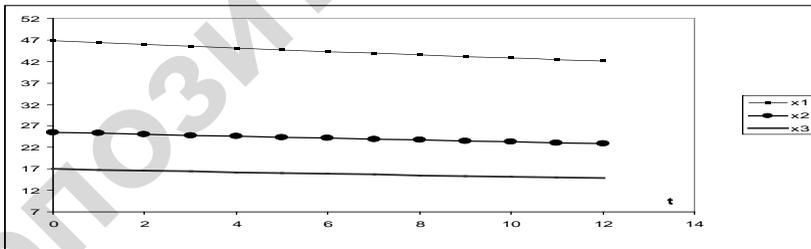
$$x_i(t) = a_i + \frac{\alpha_i (I - \sum_{j=1}^n a_j p_j(t))}{p_i(t) \sum_{j=1}^n \alpha_j}, \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (5)$$

Рассмотрим линейную зависимость цен от времени

$p_i(t) = p_i^0 (1 + \beta_i t)$, где p_i^0 - цена i -го блага в начальный момент времени; $\beta_i = \text{const} > 0$, которую можно, например, рассматривать как среднюю инфляцию за некоторый временной промежуток. Тогда для определения характера изменения величин $x_i(t)$ ($i = 1, 2, \dots, n$) по сравнению с их начальными значениями $x_i(0)$ рассмотрим предел этих величин при $t \rightarrow \infty$:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} x_i(t) = a_i - \frac{\alpha_i \sum_{j=1}^n a_j \beta_j}{p_i^0 \beta_i \sum_{j=1}^n \alpha_j}, \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (6)$$

В формулу (6) все входящие величины неотрицательны. Поэтому в случае предельного временного отрезка по каждому благу приходим к некоторому предельному значению получения i -го блага в количестве, меньшем необходимого.



На базе трехфакторной $x_1(t), x_2(t), x_3(t)$ модели (4) были проведены расчеты временной зависимости указанных величин. В расчетах использовались как формулы (5) и (6), так и численные методы поиска экстремальных значений с использованием ЭТ MS Excel. Результаты таких расчетов при значениях параметров, ориентированных на семейный бюджет, отображены на приведенном рисунке.