ter.su. – Режим доступа: http://www.helicopter.su/pressa/articles/2016/01/25/uav_future/. – Дата доступа: 25.01.2016.

2. Ackerman, S. US Navy robot helicopter chases African pirates / S. Ackerman [Electronic resource] // Wired.co.uk. – Mode of access: http://www.wired.co.uk/news/archive/2012-08/02/robot-chases-pirates. – Date of access: 02.08.2012.

3. Применение БПЛА в сельском хозяйстве [Электронный ресурс] // Съемкасвоздуха.рф. – Режим доступа: http://съемкасвоздуха.рф/otrasli/bpla-v-selskom-khozyajstve.html. – Дата доступа: 05.04.2016.

4. Alonso, P. Drones à tout faire / P. Alonso [Electronic resource] // Slate.fr. – Mode of access: http://www.slate.fr/story/67989/drones. – Date of access: 11.02.2013.

УДК 511.42

ЭКОНОМИКО-МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ И ДИОФАНТОВ АНАЛИЗ

Морозова И.М., к.ф.-м.н., доцент,
Кемеш О.Н.
УО «Белорусский государственный аграрный технический университет», г. Минск

Ключевые слова: экономико-математические модели, диофантов анализ, число полиномов.
Keywords: economic-mathematical model, Diophantine analysis, the number of polynomials.

Аннотация: В статье рассмотрена задача теории диофантового анализа с возможностью ее применения в экономико-математическом моделировании.
Summary: The article deals with the problem of the theory of Diophantine analysis and the possibility of its application in mathematical modeling.

Неотъемлемой чертой экономических наук является использование математических методов во всех разделах. Как проблемы исследования социально-экономических процессов, так и решения конкретных практических задач, нуждаются в помощи строго математического аппарата.

Своими корнями математические методы в экономике уходят далеко в 18 век, когда при французском дворе была предложена математически описанная модель национальной экономики. В следующем веке французским исследователем А. Курно была подготовлена книга «Исследование о математических принципах теории богатств».

В настоящее время применение математических методов невозможно без использования современных вычислительной техники с их огромным количеством специальных пакетов прикладных программ. В особенности, если экономико-математическое моделирование касается конкретных экономических систем с достаточно большим количеством параметров, которые обязательны для точного описания модели.

В тоже время, существуют конкретные экономико-математические модели, в которых возможно некоторое упрощение реализации алгоритма решения за счет получения аналитических оценок для ряда параметров [1].

Так, например, если некоторый вектор $\overline{x} = (x_1, x_2, ...x_n)$ характеризует объемы затраченных продуктов на некоторое производство, а y – результаты производственной деятельности, то $f = (x, y)$ – вектор-функция, характеризующая некоторый технологический способ. Технологических способов для конкретной экономической системы существует целое множество, и их совокупность образует технологическое множество. Задача выделения наиболее эффективного технологического способа из всего технологического множества приводит к решению задач по исследования производственных функции. Например, функции степенного вида $y = a_0 x^{a_1} x^{a_2} ... x^{a_k}$, которые строятся на основании полученных ранее статистических данных о производственном процессе.

Так, в моделях экономического равновесия (паутинообразная модель) порой возникают дополнительные задачи по оценке количества производственных функций предложения, которые должны удовлетворять известным функциям спроса. Оценка количества таких функций возможна с помощью методов теории чисел (диофантовых приближений).

Остановимся на основных положения и полученных результатах диофантового анализа, которые могут быть полезными в экономико-математическом моделировании.

Дискриминантом полинома

$$P(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + ... + a_1 x + a_0 ,$$

с корнями $\alpha_1, \alpha_2, \ldots, \alpha_n$ называется число, записанное в виде

$$D(P) = a_n^{2n-2} \prod_{1 \le i < j \le n} (\alpha_i - \alpha_j)^2 . \qquad (1)$$

Отметим несколько свойств дискриминанта полинома [2]:

a) $D(P) \equiv 0$ тогда и только тогда, когда $P(x)$ имеет кратные корни,

b) $D(P) \in R$, (R- множество действительных чисел) хотя корни $P(x)$ могут быть комплексными,

c) Если $a_j \in \mathrm{Z}, 0 \le j \le n$, то $D(P) \in \mathrm{Z}$, Z- множество целых чисел.

Рассмотрим класс многочленов для натурального $Q > 1$:

$$\mathrm{P}_n(Q) = \{P(x) \in \mathrm{Z}[x], \quad \deg P \le n, \quad H(P) \le Q\} , \qquad (2)$$

где $\deg P$ – степень многочлена $P(x)$, $H = H(P) = \max\limits_{0 \le j \le n} |a_j|$ – высота $P(x)$.

В дальнейшем через $c_1, c_2, \ldots$ будем обозначать величины, зависящие от n и не зависящие от H и Q. Величина $\# B$ – количество элементов конечного множества B, μA – мера Лебега измеримого множества $A \subset R$. Дискриминант $D(P)$ можно записать в виде определителя, состоящего из коэффициентов $P(x)$ [2, 3], откуда при $\alpha_i \ne \alpha_j, i \ne j, 1 \le i, j \le n$, следует неравенство

$$1 \le |D(P)| < c_1 Q^{2n-2}. \qquad (3)$$

Нас будет интересовать при $0 \le v \le n-1$ асимптотическое поведение величины $\#\mathrm{P}_n(Q, v)$, где

$$\mathrm{P}_n(Q, v) = \{P \in \mathrm{P}_n(Q) : 1 \le |D(P)| < Q^{2n-2-2v}\}. \qquad (4)$$

Исследование класса полиномов $\mathrm{P}_n(Q, v)$, важно в теории диофантовых уравнений [4] и диофантовых приближений [2, 5] и их применении. Оценки сверху для многочленов из класса $\mathrm{P}_3(Q)$ были получены, и в [6] найдена оценка снизу для $0 \le v < 1/2$

$$\#\mathrm{P}_n(Q, v) > c_2 Q^{n+1-2v},$$

В случае многочленов второй степени в [7] выведена асимптотическая формула

$$\#\mathrm{P}_2(Q, v) = 20(1 + \ln 2) Q^{3-2v} + O(Q^{3-3v} + Q^2), 0 \le v \le 1/2. \qquad (5)$$

Представление (5) получено вычислением объема трехмерного тела, определяемого неравенством $|a_1^2 - 4a_2 a_0| < Q^{4-2v}$. Для многочленов третьей степени в [8] показано, что

$$c_3 Q^{4-\frac{5}{3}v} < \#\mathrm{P}_3(Q, v) < c_4 Q^{4-\frac{5}{3}v}, 0 \le v < \frac{3}{5}.$$

Наконец, недавно в [3] было получена оценка снизу при произвольном n

$$\mathrm{P}_n(Q, v) > c_5 Q^{n+1-\frac{n+2}{2}v}, 0 \le v \le n-1.$$

Оценки сверху пока заметно отстают от оценок снизу, хотя они нужны при получении точных метрических теорем [2, 8] и при оценке сверху размерности Хаусдорфа множества трансцендентных чисел с заданной мерой трансцендентности [7].

В данной статье мы описываем схему получения оценки сверху для многочленов четвертой степени в наиболее часто встречающемся в метрической теории диофантовых приближений случае. Будем также считать, что у полиномов $P(x) \in \mathrm{P}_4(Q,v)$ старшие коэффициенты удовлетворяют неравенству

$$|a_4| > c_6 H(P). \qquad (6)$$

К такой оценке приводятся все оценки в метрической теории трансцендентных чисел [5, 8], а при выполнении оценки (6) все корни полинома $P(x)$ удовлетворяют оценкам $|\alpha_j| < c_7, 1 \le j \le n$. Выберем один из корней $P(x)$, пусть α_1, а все остальные корни $P(x)$ упорядочим относительно корня α_1 следующим образом

$$|\alpha_1 - \alpha_2| \le |\alpha_1 - a_3| \le |\alpha_1 - a_4|.$$

Возьмем достаточно малую величину $\varepsilon_1 > 0$ и число $T = [\varepsilon_1^{-1}] + 1$. Введем величины ρ_2, ρ_3, ρ_4 как решения уравнений

$$|\alpha_1 - \alpha_j| = Q^{-\rho_j}, 2 \le j \le 4,$$

и целые числа l_2, l_3 и l_4 как решения неравенств

$$(l_j - 1)T^{-1} \le \rho_j < l_j T^{-1}, 2 \le j \le 4.$$

В [5, 8] доказано, что все величины l_j принимают конечное, зависящее от T и n число значений, но не зависящее от H и Q. Значит, конечное число значений принимают и векторы $\vec{l} = (l_2, l_3, l_4)$. Для каждого вектора $\vec{l}$, а тем самым и для всех полиномов $P(x) \in \mathrm{P}_4(Q,v)$ доказана следующая теорема. Далее векторы $\vec{l}$ имеют специальный вид $\vec{l} = (l_1, -1, -1)$.

Теорема. При любом $\varepsilon > 0$ и $Q > Q_0(\varepsilon)$ справедливо неравенство

$$\#\mathrm{P}_4(Q,v) < Q^{5 - \frac{3}{2}v + \varepsilon}, 0 \le v \le 2.$$

Изложенные выше сведения их теории диофантовых приближений могут быть использованы для работы с математическими моделями экономических задач с целью упрощения их решения и обоснования результатов исследования.

Список использованной литературы

1. Печерских, И.А. Семенов, А.Г. Математические модели в экономике/ И.А. Печерских, А.Г. Семенов// Учеб. Пособие. Кемерово. – 2011, С. 191.

2. Van Der Waerden B.L. Algebra. Springer-Verlag, Berlin, Heidelberg – 1971.

3. Beresnevich V., Bernik V., Goetze F. Integral polinomials with small discriminants and resultants/ V. Beresnevich, V. Bernik, F. Goetze // Adv. Math. 298. – 2016. – C. 392–412.

4. Bugeaud Y. Approximation by algebraic numbers/ Y. Bugeaud // Cambridge Tracts in Mathematics, Vol. 160, Cambridge University Press, Cambridge –2004. –C. 274.

5. Sprindzuk V. Mahler's problem in the metric theory of numbers/ V. Sprindzuk// Amer. Math. Soc., Vol. 25, Prcvidence Ri, – 1969.

6. Bernik V., Gotze F., Kukso O. Lower bounds for the number of integral polynomials with given order of discriminants/ V. Bernik, F. Gotze, O. Kukso// Acta Arith. 133 – 2008. – C. 375–390.

7. Gotze F., Kaliada D., Korolev M. On the number of quadratic polynomials with bounded discriminants / F. Gotze, D. Kaliada, M. Korolev// Mat, Zametki, to appear, (in Russian). arXiv: 1308.2091.

8. Gotze F., Kaliada D., Kukso O., The asymptotic number of integral cubic polynomials with bounded heights and discriminants/ F. Gotze, D.Kaliada, O. Kukso// Lith. Math, j, 54 (2014), № 2. – C. 150–165.

УДК 330.43:631.559:633.1

ОСОБЕННОСТИ ЭКОНОМЕТРИЧЕСКОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ ПРИ ПРОГНОЗИРОВАНИИ УРОЖАЙНОСТИ ЗЕРНОВЫХ

Подашевская Е.И.
УО «Белорусский государственный аграрный технический университет, г. Минск

Ключевые слова: прогнозирование, эконометрический анализ, урожайность зерновых, Excel, экономико-математические методы
Keywords: forecasting, econometric analysis, grain yield, Excel, economic-mathematical methods

Аннотация: Овладение методикой эконометрического анализа при прогнозировании показателей сельскохозяйственного производства имеет важное значение при подготовке будущих специалистов.
Summary: Mastering the methodology of econometric analysis in predicting the value of agricultural production is important in preparing future professionals.

Наша цель – подготовка таких специалистов сельского хозяйства, которые способны принимать качественные управленческие решения, следовательно, они должны владеть методами экономического прогноза. Простота использования современных пакетов прикладных программ, обеспечивает реальную возможность самостоятельного исследования статистических данных и проведения эконометрического анализа, но правильная оценка последствий применения результатов этого анализа остается за человеком. И каждый специалист должен понимать важность этого процесса и не допускать необоснованных обобщений.