

МИНИСТЕРСТВО СЕЛЬСКОГО ХОЗЯЙСТВА  
И ПРОДОВОЛЬСТВИЯ РЕСПУБЛИКИ БЕЛАРУСЬ

Учреждение образования  
«БЕЛОРУССКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ АГРАРНЫЙ  
ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»

Кафедра основ научных исследований  
и проектирования

**ОСНОВЫ НАУЧНЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ  
И МОДЕЛИРОВАНИЯ**

*Тестовые задания  
для студентов высших учебных заведений,  
обучающихся по группе специальностей 74 06 Агроинженерия*

Под редакцией А. Н. Леонова

Минск  
БГАТУ  
2010

УДК 001.89(07)  
ББК 72.4я7  
О-75

*Рекомендовано научно-методическим советом  
агротехнического факультета БГАТУ.  
Протокол № 6 от 24 февраля 2010 г.*

Авторы:

доктор технических наук, профессор *А. Н. Леонов*,  
кандидат технических наук *М. М. Дечко*,  
кандидат технических наук, доцент *В. Б. Ловкис*,  
кандидат технических наук *Н. А. Воробьев*

Рецензенты:

заведующий кафедрой «Машины и технология обработки  
металлов давлением» БНТУ, доктор технических наук,  
профессор *К. Е. Белявин*;  
заведующий кафедрой «Технология металлов» БГАТУ,  
доктор технических наук, профессор *В. М. Капцевич*

**Основы научных исследований и моделирования :**  
О-75 тестовые задания / А. Н. Леонов и [др.]; под ред.  
А. Н. Леонова. – Минск : БГАТУ, 2010. – 80 с.  
ISBN 978-985-519-268-9.

В издании приведены тестовые задания, отражающие основное  
содержание учебной дисциплины «Основы научных исследований».

Предназначено для контроля и оценки уровня знаний студентов выс-  
ших учебных заведений, обучающихся по группе специальностей  
74 06 Агроинженерия.

УДК 001.89(07)  
ББК 72.4я7

ISBN 978-985-519-268-9

© БГАТУ, 2010

## СОДЕРЖАНИЕ

|  |    |
|--|----|
| Введение .....   | 4  |
| 1. ПРЕДВАРИТЕЛЬНАЯ ОБРАБОТКА<br>ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫХ ДАННЫХ МЕТОДАМИ<br>МАТЕМАТИЧЕСКОЙ СТАТИСТИКИ |    |
| 1.1. Обработка данных детерминированного эксперимента ...                                      | 7  |
| 1.2. Обработка данных стохастического эксперимента.<br>Одна выборка .....                      | 13 |
| 1.3. Обработка данных стохастического эксперимента.<br>Две выборки и более .....               | 22 |
| 2. ОДНОФАКТОРНЫЙ ЭКСПЕРИМЕНТ   |    |
| 2.1. Уравнение регрессии первого порядка .....   | 29 |
| 2.2. Ортогонализированное уравнение регрессии<br>второго порядка .....                         | 41 |
| 3. МНОГОФАКТОРНЫЙ ЭКСПЕРИМЕНТ  |    |
| 3.1. Центральный полный факторный эксперимент .....  | 47 |
| 3.2. Центральный дробный факторный эксперимент .....   | 52 |
| 3.3. Крутое восхождение .....  | 57 |
| 3.4. Ортогональное центральное композиционное<br>планирование .....                            | 59 |
| Заключение .....   | 71 |
| Рекомендуемая литература .....   | 72 |
| Приложение 1. Критерий Смирнова–Граббса .....  | 73 |
| Приложение 2. Критерий Стьюдента .....   | 74 |
| Приложение 3. Критерий Пирсона .....   | 75 |
| Приложение 4. Критерий Фишера .....  | 76 |
| Приложение 5. Критерий Кохрена .....   | 78 |

## ВВЕДЕНИЕ

При строительстве дома термометр является необходимым инструментом, позволяющим выбрать эффективную теплоизоляцию и минимизировать энергозатраты для достижения комфортной температуры. И хотя аналогия – не самый эффективный способ анализа проблем, возникающих перед обществом, можно утверждать, что результативность процесса обучения во многом зависит от наличия у преподавателя «инструмента», позволяющего оперативно определять параметры, характеризующие эффективность усвоения студентами учебного материала. От эффективности контроля полученных знаний, обеспечивающих обратную связь студент – преподаватель, зависит уровень знаний и тезаурус студентов, воспитание у них правильной самооценки и чувства ответственности.

В соответствии с государственными образовательными стандартами существует широкий спектр методов контроля теоретических знаний и практических навыков, получаемых студентами в процессе обучения: контрольные работы, домашние задания, самостоятельная работа, лабораторные работы, тестовые задания, зачеты, экзамены, рефераты, курсовые и дипломные проекты. Все перечисленные методы контроля хорошо зарекомендовали себя на практике как в историческом аспекте, так и по количеству стран, активно использующих их. Тем не менее, каждый из приведенных методов контроля, помимо очевидных достоинств, имеет очевидные недостатки. Поэтому при обучении студентов целесообразно использование разнообразных методов контроля, так как только полный комплекс помогает добиться высокого результата при подготовке специалистов с высшим образованием.

Не вдаваясь в детальный анализ достоинств и недостатков различных методов контроля, отметим, что в последнее время в вузах большинства стран, поставляющих на рынок труда дипломированных специалистов, дополнительно к традиционным начинают активно внедряться методы, обладающие повышенной объективностью, высоким быстродействием, большим объемом контролируемого поля, оперативностью, возможностью самоконтроля. Повышенный спрос на новые методы контроля продиктован внедрением новых модульно-рейтинговых образовательных технологий, предполагающих наличие эффективных «инструментов», количественно измеряющих качество образования. Одним из таких методов является тестовый контроль, обладающий целым рядом достоинств, к которым относятся:

– громадное быстродействие (компьютерное тестирование за относительно небольшой отрезок времени позволяет обследовать относительно большую группу студентов по большому объему изучаемой дисциплины);

– объективность (использование тестов, одинаковых для всех студентов с однозначным критерием правильного ответа);

– большой объем контролируемой области знаний (тестовые задания равномерно покрывают все разделы изучаемой дисциплины, включая самостоятельную работу, лабораторные и практические занятия);

– высокая оперативность (относительно небольшое время контроля позволяет часто использовать метод, а чем чаще «измеряются» студенты, тем объективнее итоговая оценка. Специфика тестовых заданий такова, что ответ студента и его оценка выставляются практически мгновенно, что способствует повышению личной заинтересованности);

– возможность самоконтроля (тестовый контроль позволяет самостоятельно совершенствоваться и углублять знания, являясь эффективным методом при подготовке к занятиям, активизирует познавательный интерес, снимает некоторые межличностные проблемы взаимодействия между преподавателем и студентом, например, волнение, стеснительность, разный уровень знаний).

Тестовый контроль, направленный на определение достигнутого уровня знаний и тезауруса студентов, позволяет преподавателю оперативно корректировать образовательный процесс, своевременно устранять пробелы при усвоении знаний, определять объем самостоятельной работы и выявлять некоторые индивидуальные «параметры» студентов, такие, как целенаправленность, объем памяти, отношение к делу.

В издании представлены тестовые задания по учебной дисциплине «Основы научных исследований и моделирования», являющиеся тестовыми заданиями закрытого типа, так как предполагают выбор одного или нескольких правильных ответов из предложенных 3–4 вариантов. Использование меньшего числа вариантов нецелесообразно из-за высокой вероятности угадывания, а большего – из-за снижения скорости опроса, связанного с увеличением времени на ознакомление с тестом. При составлении тестовых заданий в качестве неверных ответов использовались правдоподобные ответы, а также типичные ошибки студентов, которые были обнаружены в процессе обучения. Тестовые задания имеют различную сте-

пень сложности, что помогает преподавателю реализовать дифференцированный подход при обучении, а студенту – успешно проявить себя на уровне своих возможностей. Количество тестовых заданий по каждому разделу изучаемой дисциплины пропорционально количеству часов, запланированному на изучение этого раздела. Относительно большое количество тестов (более 130) обеспечивает высокую надежность оценки полученных знаний.

В заключение отметим, что тестовый контроль не безупречен и имеет целый ряд недостатков: во-первых, с его помощью в большей степени проверяется знание фактов, определений, алгоритмов и в меньшей – практические умения и навыки. Во-вторых, частое применение тестовых заданий ограничивает возможности общения преподавателя со студентами, тормозит развитие таких качеств, как умение логично и последовательно излагать свои мысли, планировать ответ, выделять главное, мало развивает речь. Наличие готового ответа приучает к шаблону, слабо развивает творческие навыки. И хотя тестовый контроль, оперативно «измеряя» объем, тезаурус и глубину усвоенного материала, позволяет эффективно корректировать учебный процесс, он должен применяться совместно с традиционными методами контроля, которые развивают у студентов логику мышления, обучают приемам творческой работы, вырабатывают и закрепляют теоретические и практические навыки.

Объем тестовых заданий полностью отражает содержание учебной дисциплины «Основы научных исследований и моделирования» и поэтому при подготовке к тестовому контролю целесообразно использовать учебное пособие [1].

# 1. ПРЕДВАРИТЕЛЬНАЯ ОБРАБОТКА ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫХ ДАННЫХ МЕТОДАМИ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ СТАТИСТИКИ

## 1.1. Обработка данных детерминированного эксперимента

1. Предельная абсолютная ошибка  $\Delta Y$  параметра  $Y$  в общем случае складывается из погрешности измерительных приборов  $\Delta Y_{\text{пр}}$  и погрешности, определяемой стохастической природой исследуемого объекта  $\Delta Y_{\text{ст}}$ , и рассчитывается следующим образом:

$$\text{а) } \pm \Delta Y = \pm \Delta Y_{\text{пр}} \pm \Delta Y_{\text{ст}};$$

$$\text{б) } \Delta Y^2 = \Delta Y_{\text{пр}}^2 + \Delta Y_{\text{ст}}^2;$$

$$\text{в) } \Delta Y = \Delta Y_{\text{пр}} + \Delta Y_{\text{ст}};$$

$$\text{г) } \sqrt{\Delta Y^2} = \sqrt{\Delta Y_{\text{пр}}^2} + \sqrt{\Delta Y_{\text{ст}}^2}.$$

2. Факторы  $x$  и  $z$  в детерминированном эксперименте определены с предельной абсолютной погрешностью  $\Delta x$  и  $\Delta z$ . Если  $Y = f(x) \pm g(z)$ , то абсолютная погрешность  $\Delta Y$  параметра  $Y$  рассчитывается следующим образом:

$$\text{а) } \Delta Y = f'_x(x)\Delta x + g'_z(z)\Delta z;$$

$$\text{б) } \Delta Y = f'_x(x)\Delta x \pm g'_z(z)\Delta z;$$

$$\text{в) } \Delta Y = |f'_x(x)|\Delta x + |g'_z(z)|\Delta z;$$

$$\text{г) } \Delta Y^2 = f_x'^2(x)\Delta x + g_z'^2(z)\Delta z.$$

3. Факторы  $x$  и  $z$  в детерминированном эксперименте определены с предельной абсолютной погрешностью  $\Delta x$  и  $\Delta z$ . Если  $Y = f(x)g(z)$ , то относительная погрешность  $\Delta Y$  параметра  $Y$  рассчитывается следующим образом:

$$\text{а) } \frac{\Delta Y}{Y} = \frac{\Delta x}{x} + \frac{\Delta z}{z};$$

$$\text{б) } \frac{\Delta Y}{Y} = \frac{f'_x(x)\Delta x}{f(x)} + \frac{g'_z(z)\Delta z}{g(z)};$$

$$\text{в) } \frac{\Delta Y}{Y} = \left| \frac{f(x)}{f'_x(x)} \right| \Delta x + \left| \frac{g(z)}{g'_z(z)} \right| \Delta z;$$

$$\text{г) } \frac{\Delta Y}{Y} = \left| \frac{f'_x(x)}{f(x)} \right| \Delta x \pm \left| \frac{g'_z(z)}{g(z)} \right| \Delta z.$$

4. Факторы  $x$  и  $z$  в детерминированном эксперименте определены с предельной абсолютной погрешностью  $\Delta x$ ,  $\Delta z$ ,  $\Delta w$ . Если  $Y = f(x)g(z)h(w)$ , то относительная погрешность  $\Delta Y$  параметра  $Y$  рассчитывается следующим образом:

$$\text{а) } \frac{\Delta Y}{Y} = \frac{\Delta x}{x} + \frac{\Delta z}{z} + \frac{\Delta w}{w};$$

$$\text{б) } \frac{\Delta Y}{Y} = \frac{f'_x(x)\Delta x}{f(x)} + \frac{g'_z(z)\Delta z}{g(z)} + \frac{h'_w(w)\Delta w}{h(w)};$$

$$\text{в) } \frac{\Delta Y}{Y} = \left| \frac{f(x)}{f'_x(x)} \right| \Delta x + \left| \frac{g(z)}{g'_z(z)} \right| \Delta z + \left| \frac{h(w)}{h'_w(w)} \right| \Delta w;$$

$$\text{г) } \frac{\Delta Y}{Y} = \pm \left| \frac{f'_x(x)}{f(x)} \right| \Delta x \pm \left| \frac{g'_z(z)}{g(z)} \right| \Delta z \pm \left| \frac{h'_w(w)}{h(w)} \right| \Delta w.$$

5. Факторы  $x$  и  $z$  в детерминированном эксперименте определены с предельной абсолютной погрешностью  $\Delta x$  и  $\Delta z$ . Если  $Y = f(x)/g(z)$ , то относительная погрешность  $\Delta Y$  параметра  $Y$  рассчитывается следующим образом:

$$\text{а) } \frac{\Delta Y}{Y} = \frac{f'_x(x) \cdot \Delta x}{f(x)} - \frac{g'_z(z) \Delta z}{g(z)};$$

$$\text{б) } \frac{\Delta Y}{Y} = \frac{\Delta x}{f(x)} + \frac{\Delta z}{g(z)};$$

$$\text{в) } \frac{\Delta Y}{Y} = \left| \frac{f'_x(x)}{f(x)} \right| \Delta x + \left| \frac{g'_z(z)}{g(z)} \right| \Delta z;$$

$$\text{г) } \frac{\Delta Y}{Y} = \left| \frac{f(x)}{x} \right| \Delta x + \left| \frac{g(z)}{z} \right| \Delta z.$$

6. Фактор  $x$  в детерминированном эксперименте определен с предельной абсолютной погрешностью  $\Delta x$ . Если  $Y = 2f(x)$ , то относительная погрешность параметра  $Y$  рассчитывается следующим образом:

$$\text{а) } \frac{\Delta Y}{Y} = \left| \frac{f'_x(x)}{f(x)} \right|^2 \Delta x;$$

$$\text{б) } \frac{\Delta Y}{Y} = \left| \frac{f'_x(x)}{f(x)} \right| \frac{\Delta x}{2};$$

$$\text{в) } \frac{\Delta Y}{Y} = \left| \frac{f'_x(x)}{f(x)} \right| \Delta x;$$

$$\text{г) } \frac{\Delta Y}{Y} = 2 \left| \frac{f'_x(x)}{f(x)} \right| \Delta x.$$

9

7. Фактор  $x$  в детерминированном эксперименте определен с предельной абсолютной погрешностью  $\Delta x$ . Если  $Y = f^2(x)$ , то относительная погрешность  $\Delta Y$  параметра  $Y$  рассчитывается следующим образом:

$$\text{а) } \frac{\Delta Y}{Y} = \left| \frac{f'_x(x)}{f(x)} \right|^2 \Delta x;$$

$$\text{б) } \frac{\Delta Y}{Y} = \left| \frac{f'_x(x)}{f(x)} \right| \frac{\Delta x}{2};$$

$$\text{в) } \frac{\Delta Y}{Y} = \left| \frac{f'_x(x)}{f(x)} \right| \Delta x;$$

$$\text{г) } \frac{\Delta Y}{Y} = 2 \left| \frac{f'_x(x)}{f(x)} \right| \Delta x.$$

8. Фактор  $x$  в детерминированном эксперименте определен с предельной абсолютной погрешностью  $\Delta x$ . Если  $Y = e^{f(x)}$ , то относительная погрешность  $\Delta Y$  параметра  $Y$  рассчитывается следующим образом:

$$\text{а) } \frac{\Delta Y}{Y} = \left| \frac{f'_x(x)}{f(x)} \right| \Delta x;$$

$$\text{б) } \frac{\Delta Y}{Y} = \left| \frac{f'_x(x)}{e^{f(x)}} \right| \Delta x;$$

$$\text{в) } \frac{\Delta Y}{Y} = \left| f'_x(x) \right| \Delta x;$$

$$\text{г) } \frac{\Delta Y}{Y} = e^{f(x)} \left| \frac{f'_x(x)}{f(x)} \right| \Delta x.$$

10

9. Энергия, которая выделяется кухонной электрической плитой, равна  $W = i^2 r t$ , где  $i$  – электрический ток,  $r$  – сопротивление нагревательного элемента плиты,  $t$  – время работы плиты. Если предельные абсолютные погрешности определения факторов  $\Delta i$ ,  $\Delta r$ ,  $\Delta t$ , то предельная относительная погрешности определения энергии равна:

- а)  $\frac{\Delta W}{W} = \frac{\Delta i}{i^2} + \frac{\Delta r}{r} + \frac{\Delta t}{t}$ ;  
 б)  $\frac{\Delta W}{W} = \frac{\Delta i}{2i} + \frac{\Delta r}{r} + \frac{\Delta t}{t}$ ;  
 в)  $\frac{\Delta W}{W} = \frac{2\Delta i}{i} + \frac{\Delta r}{r} + \frac{\Delta t}{t}$ ;  
 г)  $\frac{\Delta W}{W} = \frac{2\Delta i}{i^2} + \frac{\Delta r}{r} + \frac{\Delta t}{t}$ .

10. Дано:  $Y = x^3 / \sqrt{z}$ ,  $x = 18$ ,  $\Delta x = 0.06$ ,  $z = 7$ ,  $\Delta z = 0.14$ .  
 Тогда относительная погрешность параметра  $Y$  равна:

- а)  $\frac{\Delta Y}{Y} = 0.02$ ;  
 б)  $\frac{\Delta Y}{Y} = 0.002$ ;  
 в)  $\frac{\Delta Y}{Y} = 0.020$ ;  
 г)  $\frac{\Delta Y}{Y} = 0.20$ .

11. Дано:  $H = at^2 / 2$ ,  $a = 3 \text{ м/с}^2$ ,  $\Delta a = 0.10 \text{ м/с}^2$ ,  $t = 5 \text{ с}$ ,  $\Delta t = 0.15 \text{ с}$ .  
 Тогда относительная погрешность параметра  $H$  равна:

- а)  $\frac{\Delta H}{H} = 0.093$ ;  
 б)  $\frac{\Delta H}{H} = 0.9$ ;  
 в)  $\frac{\Delta H}{H} = 0.09$ ;  
 г)  $\frac{\Delta H}{H} = 0.009$ .

12. В каком пункте (пунктах) результат расчета записан корректно?

- а)  $29.735 \pm 0.0778 \rightarrow 29.74 \pm 0.08$ ;  
 б)  $29.745 \pm 0.0778 \rightarrow 29.74 \pm 0.08$ ;  
 в)  $29.734 \pm 0.0778 \rightarrow 29.7 \pm 0.1$ ;  
 г)  $29.7345 \pm 0.0778 \rightarrow 29.74 \pm 0.07$ .

13. В каком пункте (пунктах) результат расчета записан корректно?

- а)  $54.325 \pm 1.95 \rightarrow 54 \pm 2$ ;  
 б)  $54.325 \pm 1.95 \rightarrow 54.3 \pm 2.0$ ;  
 в)  $54.325 \pm 1.95 \rightarrow 54.3 \pm 1.9$ ;  
 г)  $54.325 \pm 1.95 \rightarrow 54.32 \pm 2.00$ .

14. В каком пункте (пунктах) результат расчета записан корректно?

- а)  $978\ 256 \pm 98\ 432 \rightarrow 978\ 000 \pm 98\ 000$ ;
- б)  $978\ 256 \pm 98\ 432 \rightarrow 980\ 000 \pm 90\ 000$ ;
- в)  $978\ 256 \pm 98\ 432 \rightarrow 980\ 000 \pm 100\ 000$ ;
- г)  $978\ 256 \pm 98\ 432 \rightarrow 1\ 000\ 000 \pm 100\ 000$ .

### 1.2. Обработка данных стохастического эксперимента.

#### Одна выборка

1. Какая часть случайных величин генеральной совокупности, подчиняющейся нормальному закону распределения, попадает в диапазон  $2\sigma \leq \delta \leq 2\sigma$ ?

- а) 68.27 %;
- б) 95.44 %;
- в) 99.27 %;
- г) 95.00 %.

2. Дана выборка:  $Y_1, \dots, Y_n$ . Выборочное среднее  $\bar{Y}$  рассчитывается следующим образом:

- а)  $\bar{Y} = \frac{\sum_{i=1}^n Y_i}{n-1}$ ;
- б)  $\bar{Y} = \frac{Y_1 + \dots + Y_n}{n}$ ;
- в)  $\bar{Y} = \frac{\sum_{i=1}^n Y_i}{n}$ ;
- г)  $\bar{Y} = \frac{\sum_{i=1}^n |Y_i|}{n}$ .

13

3. Студент сдал зимнюю сессию со следующими оценками: 9; 7; 8; 8; 9. Выборочное среднее его оценок равно:

- а) 7.9;
- б) 8.0;
- в) 8.2;
- г) 8.3.

4. Дана выборка:  $Y_1, \dots, Y_n$ . Выборочная дисперсия  $S^2$  рассчитывается следующим образом:

- а)  $S^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (Y_i - \bar{Y})^2}{n}$ ;
- б)  $S^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (Y_i - \bar{Y})^2}{n-1}$ ;
- в)  $S^2 = \frac{\sum_{i=1}^n Y_i^2}{n}$ ;
- г)  $S^2 = \frac{\sum_{i=1}^n |Y_i - \bar{Y}|}{n-1}$ .

5. Дана выборка  $Y_1, \dots, Y_n$ . Число степеней свободы  $f$  выборочной дисперсии  $S^2$  равно:

- а)  $f = n$ ;
- б)  $f = n - 2$ ;
- в)  $f = \sqrt{n-1}$ ;
- г)  $f = n - 1$ .

14

6. Дана выборка:  $Y_1, \dots, Y_n$ . Выборочное стандартное отклонение  $S$  рассчитывается следующим образом:

$$\text{а) } S = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (Y_i - \bar{Y})^2}{n}};$$

$$\text{б) } S = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (Y_i - \bar{Y})^2}{n-1}};$$

$$\text{в) } S = \sqrt{S^2};$$

$$\text{г) } S = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n |Y_i - \bar{Y}|}{n-1}}.$$

7. Выборочное стандартное отклонение по результатам сдачи студентом зимней сессии с оценками 9; 7; 8; 8; 9 равно:

$$\text{а) } 0.748;$$

$$\text{б) } 0.837;$$

$$\text{в) } 0.700;$$

$$\text{г) } 0.827.$$

8. Если случайные величины  $Y$  и  $Z$  независимы,  $A$  и  $B$  — константы, то для выражения  $AY + BZ$  выборочная дисперсия рассчитывается следующим образом:

$$\text{а) } S^2(AY + BZ) = A^2 S^2(Y) + B^2 S^2(Z);$$

$$\text{б) } S^2(AY + BZ) = AS^2(Y) + BS^2(Z);$$

$$\text{в) } S^2(AY + BZ) = A^2 S^2(Y) + B^2 S^2(Z);$$

$$\text{г) } S^2(AY + BZ) = S^2(AY) + S^2(BZ).$$

9. Дана выборка:  $Y_1, \dots, Y_n$ . Выборочное стандартное отклонение  $S(\bar{Y})$  (выборочная дисперсия  $S^2(\bar{Y})$ ) рассчитываются следующим образом:

$$\text{а) } S(\bar{Y}) = \frac{S(Y)}{n};$$

$$\text{б) } S(\bar{Y}) = \frac{S(Y)}{\sqrt{n}};$$

$$\text{в) } S^2(\bar{Y}) = \frac{S^2(Y)}{\sqrt{n}};$$

$$\text{г) } S^2(\bar{Y}) = \frac{S^2(Y)}{n}.$$

10. Какое неравенство позволяет утверждать, что в выборке  $Y_1, \dots, Y_n$  с доверительной вероятностью  $p = 0.95$  отсутствует промах по критерию Смирнова–Граббса?

$$\text{а) } \tau_3 = \frac{|Y_{\min} - Y_{\max}|}{S} < \tau_{f, 0.95};$$

$$\text{б) } \tau_3 = \frac{|Y_{\min} - \bar{Y}|}{S} < \tau_{f, 0.95};$$

$$\text{в) } \tau_3 = \frac{\max |Y_i - \bar{Y}|}{S} < \tau_{f, 0.95};$$

$$\text{г) } \tau_3 = \frac{|Y_{\max} - \bar{Y}|}{S} < \tau_{f, 0.95}.$$

11. Для выборки объемом  $n = 12$  критическое значение критерия Смирнова–Граббса при доверительной вероятности  $p = 0.95$  равно:

а)  $\tau_{f,0.95} = 2.294$ ;

б)  $\tau_{f,0.95} = 2.343$ ;

в)  $\tau_{f,0.95} = 2.387$ ;

г)  $\tau_{f,0.95} = 2.426$ .

$$в) \left| \frac{\sum_{i=1}^n (Y_i - \bar{Y})^2}{S} - 0.7979 \right| < \frac{0.41}{\sqrt{n}};$$

$$г) \left| \frac{\sum_{i=1}^n |Y_i - \bar{Y}|}{nS} - 0.7979 \right| < 0.4\sqrt{n}.$$

12. Если в выборке 9; 8; 9; 9; 5; 8; 8 есть промах, укажите его:

а) промаха нет;

б) случайная величина 9 – промах;

в) случайная величина 5 – промах;

г) приведенных данных недостаточно, чтобы ответить на этот вопрос.

14. Для выборки 1; 2; 4; 5 выборочное стандартное отклонение равно  $S = 1.826$ . Подчиняются ли случайные значения этой выборки нормальному закону распределения?

а) не подчиняются;

б) подчиняются;

в) приведенных данных недостаточно, чтобы ответить на этот вопрос.

13. Принадлежность случайных величин выборки  $Y_1, \dots, Y_n$  к нормальному закону распределения с доверительной вероятностью  $p = 0.95$  определяется по формуле:

$$а) \left| \frac{\sum_{i=1}^n |Y_i - \bar{Y}|}{nS} - 0.7979 \right| < \frac{2}{5\sqrt{n}};$$

$$б) \left| \frac{\sum_{i=1}^n |Y_i - \bar{Y}|}{S^2} - 0.7979 \right| < \frac{0.41}{\sqrt{n}};$$

15. Для выборки объемом  $n = 12$  критическое значение критерия Стьюдента при доверительной вероятности  $p = 0.95$  равно:

а)  $t_{f,0.95} = 2.228$ ;

б)  $t_{f,0.95} = 2.201$ ;

в)  $t_{f,0.95} = 2.179$ .

г)  $t_{f,0.95} = 2.262$ .

16. Предельная абсолютная погрешность  $\Delta\bar{Y}$  генерального среднего  $\mu$  для выборки  $Y_1, \dots, Y_n$  рассчитывается с доверительной вероятностью  $p = 0.95$  следующим образом:

а)  $\Delta\bar{Y} = t_{f, 0.95} S(\bar{Y})$ ;

б)  $\Delta\bar{Y} = \frac{t_{f, 0.95} S(\bar{Y})}{\sqrt{n}}$ ;

в)  $\Delta\bar{Y} = \frac{t_{f, 0.95} S(Y)}{n}$ ;

г)  $\Delta\bar{Y} = \frac{t_{f, 0.95} S(Y)}{\sqrt{n}}$ .

17. Доверительный интервал генерального среднего  $\bar{Y} - \Delta\bar{Y} < \mu < \bar{Y} + \Delta\bar{Y}$  для выборки 1; 2; 3; 4; 5, рассчитанный с доверительной вероятностью  $p = 0.95$ , равен:

а)  $1.04 < \mu < 4.96$ ;

б)  $1 < \mu < 5$ ;

в)  $1.0 < \mu < 5.0$ ;

г)  $1.2 < \mu < 4.8$ .

18. Доверительный интервал генеральной дисперсии, рассчитанный для выборки  $Y_1, \dots, Y_n$  с доверительной вероятностью  $p = 0.95$ , равен:

а)  $\frac{(n-1)}{\chi_{n, 0.025}^2} < \sigma^2 < \frac{(n-1)}{\chi_{n, 0.975}^2}$ ;

б)  $\frac{(n-1)S^2}{\chi_{n-1, 0.025}^2} < \sigma^2 < \frac{(n-1)S^2}{\chi_{n-1, 0.975}^2}$ ;

в)  $\frac{(n-1)S^2}{\chi_{n-1, 0.975}^2} < \sigma^2 < \frac{(n-1)S^2}{\chi_{n-1, 0.025}^2}$ ;

г)  $\frac{(n-1)S^2}{\chi_{n, 0.025}^2} < \sigma < \frac{(n-1)S^2}{\chi_{n, 0.975}^2}$ .

19. Для выборки объемом  $n = 12$  критические значения критерия Пирсона при доверительной вероятности  $p = 0.95$  равны:

а)  $\chi_{f, 0.975}^2 = 3.247$ ,  $\chi_{f, 0.025}^2 = 20.483$ ;

б)  $\chi_{f, 0.975}^2 = 3.816$ ,  $\chi_{f, 0.025}^2 = 21.920$ ;

в)  $\chi_{f, 0.975}^2 = 4.404$ ,  $\chi_{f, 0.025}^2 = 23.337$ ;

г)  $\chi_{f, 0.975}^2 = 5.009$ ,  $\chi_{f, 0.025}^2 = 24.736$ .

20. Доверительный интервал генеральной дисперсии для выборки 1; 2; 3; 4; 5, рассчитанный с доверительной вероятностью  $p = 0.95$ , равен:

а)  $1.1 < \sigma^2 < 46$ ;

б)  $0.9 < \sigma^2 < 21$ ;

в)  $0.8 < \sigma^2 < 12$ .

21. Минимальный объем выборки  $Y_1, \dots, Y_n$  для оценки генерального среднего с предельной допустимой абсолютной погрешностью  $\Delta\bar{Y}_0$  и с доверительной вероятностью  $p = 0.95$  при условии  $\Delta\bar{Y}_0 / S > 0.3$  можно найти, используя выражение:

$$\text{а) } \frac{\Delta \bar{Y}_0}{S} = \frac{t_{n_{\min}-1; 0.95}}{n_{\min}};$$

$$\text{б) } \frac{\Delta \bar{Y}_0}{S} = \frac{t_{n_{\min}-1; 0.95}}{\sqrt{n_{\min}}};$$

$$\text{в) } \frac{S}{\Delta \bar{Y}_0} = \frac{t_{n_{\min}-1; 0.95}}{\sqrt{n_{\min}}};$$

$$\text{г) } \frac{\Delta \bar{Y}_0}{S} = \frac{t_{n_{\min}-1; 0.95}}{n_{\min}^2}.$$

22. Для выборки  $Y_1, \dots, Y_n$  найдены параметры  $\bar{Y}, S, \Delta \bar{Y}$ . Минимальный объем выборки  $n_{\min}$ , необходимый для оценки генерального среднего с предельной допустимой абсолютной погрешностью  $\Delta \bar{Y}_0$  и с доверительной вероятностью  $p = 0.95$  при условии  $\Delta \bar{Y}_0 / S < 0.3$ , можно найти, используя выражение:

$$\text{а) } n_{\min} = (S / \Delta \bar{Y}_0)^2;$$

$$\text{б) } n_{\min} = (2S / \Delta \bar{Y}_0)^2;$$

$$\text{в) } n_{\min} = (\Delta \bar{Y}_0 / S)^2;$$

$$\text{г) } n_{\min} = (2\Delta \bar{Y}_0 / S)^2.$$

23. Для выборки 1; 2; 3; 4; 5 найдены параметры  $\bar{Y}, S, \Delta \bar{Y}$ . Минимальный объем выборки  $n_{\min}$ , необходимый для оценки генерального среднего с предельной допустимой абсолютной погрешностью  $\Delta \bar{Y}_0 = 0.51$  и с доверительной вероятностью  $p = 0.95$ , равен:

$$\text{а) } n_{\min} = 32;$$

$$\text{б) } n_{\min} = 33;$$

$$\text{в) } n_{\min} = 39;$$

$$\text{г) } n_{\min} = 40.$$

24. Для выборки 1; 2; 3; 4; 5 найдены параметры  $\bar{Y}, S, \Delta \bar{Y}$ . Минимальный объем выборки  $n_{\min}$ , необходимый для оценки генерального среднего с предельной допустимой абсолютной погрешностью  $\Delta \bar{Y}_0 = 0.20$  и с доверительной вероятностью  $p = 0.95$ , равен:

$$\text{а) } n_{\min} = 250;$$

$$\text{б) } n_{\min} = 249;$$

$$\text{в) } n_{\min} = 241;$$

$$\text{г) } n_{\min} = 240.$$

### 1.3. Обработка данных стохастического эксперимента. Две выборки и более

1. Даны две выборки с выборочными параметрами  $(\bar{Y}_1, S_1^2, n_1)$  и  $(\bar{Y}_2, S_2^2, n_2)$ . При  $S_1^2 > S_2^2$  выборочные дисперсии с доверительной вероятностью  $p = 0.95$  однородны, то есть  $\sigma_1^2 = \sigma_2^2$ , если:

$$\text{а) } \frac{S_2^2}{S_1^2} < F_{n_2-1, n_1-1, 0.95};$$

$$\text{б) } \frac{S_1^2}{S_2^2} < F_{n_1-1, n_2-1, 0.95};$$

$$в) \frac{S_1^2}{S_2^2} < F_{n_2-1, n_1-1, 0.95};$$

$$г) \frac{S_1^2}{S_2^2} < F_{n_1, n_2, 0.95}.$$

2. Даны две выборки с выборочными параметрами  $(\bar{Y}_1, S_1^2, n_1)$  и  $(\bar{Y}_2, S_2^2, n_2)$ . При  $S_1^2 > S_2^2$  выборочные дисперсии с доверительной вероятностью  $p = 0.95$  неоднородны, то есть  $\sigma_1^2 > \sigma_2^2$ , если:

$$а) \frac{S_2^2}{S_1^2} > F_{n_2-1, n_1-1, 0.95};$$

$$б) \frac{S_1^2}{S_2^2} > F_{n_2-1, n_1-1, 0.95};$$

$$в) \frac{S_1^2}{S_2^2} > F_{n_1-1, n_2-1, 0.95};$$

$$г) \frac{S_1^2}{S_2^2} > F_{n_1, n_2, 0.95}.$$

3. Даны две выборки с выборочными параметрами  $(\bar{Y}_1 = 21, S_1^2 = 16, n_1 = 15)$  и  $(\bar{Y}_2 = 32, S_2^2 = 36, n_2 = 12)$ . Однородны ли выборочные дисперсии с доверительной вероятностью  $p = 0.95$ ?

а) да;

б) нет;

в) приведенных данных недостаточно, чтобы ответить на этот вопрос.

4. Даны две выборки с выборочными параметрами  $(\bar{Y}_1 = 21, S_1^2 = 16, n_1 = 30)$  и  $(\bar{Y}_2 = 26, S_2^2 = 36, n_2 = 24)$ . Однородны ли выборочные дисперсии с доверительной вероятностью  $p = 0.95$ ?

а) да;

б) нет;

в) приведенных данных недостаточно, чтобы ответить на этот вопрос.

5. Даны две выборки с выборочными параметрами  $(\bar{Y}_1, S_1^2, n_1)$  и  $(\bar{Y}_2, S_2^2, n_2)$ , причем дисперсии обеих выборок однородны, то есть  $\sigma_1^2 = \sigma_2^2$ . Выборочные средние  $\bar{Y}_1$  и  $\bar{Y}_2$  различаются несущественно с доверительной вероятностью  $p = 0.95$  ( $\mu_1 = \mu_2$ ), если:

$$а) t_3 = \frac{|\bar{Y}_1 - \bar{Y}_2|}{\sqrt{n_1 S_1^2 + n_2 S_2^2}} \sqrt{\frac{n_1 n_2 (n_1 + n_2 - 2)}{n_1 + n_2}} < t_{n_1 + n_2, 0.95};$$

$$б) t_3 = \frac{|\bar{Y}_1 - \bar{Y}_2|}{\sqrt{(n_1 - 1)S_1^2 + (n_2 - 1)S_2^2}} \sqrt{\frac{n_1 n_2 (n_1 + n_2 - 2)}{n_1 + n_2}} < t_{n_1 + n_2 - 2, 0.95};$$

$$в) t_3 = \frac{|\bar{Y}_1 - \bar{Y}_2|}{\sqrt{(n_1 - 1)S_1^2 + (n_2 - 1)S_2^2}} \sqrt{\frac{n_1 n_2 (n_1 + n_2 - 2)}{n_1 + n_2}} < t_{n_1 + n_2 - 1, 0.95};$$

$$г) t_3 = \frac{|\bar{Y}_1 - \bar{Y}_2|}{\sqrt{(n_1 - 1)S_1^2 + (n_2 - 1)S_2^2}} \sqrt{\frac{n_1 n_2 (n_1 + n_2 - 2)}{n_1 + n_2}} < t_{n_1 + n_2 - 1, 0.95}.$$

6. Даны две выборки с выборочными параметрами  $(\bar{Y}_1, S_1^2, n_1)$  и  $(\bar{Y}_2, S_2^2, n_2)$ , причем дисперсии обеих выборок однородны, то есть  $\sigma_1^2 = \sigma_2^2$ . Выборочные средние  $\bar{Y}_1$  и  $\bar{Y}_2$  различаются существенно с доверительной вероятностью  $p = 0.95$  ( $\mu_1 \neq \mu_2$ ), если:

$$\text{а) } t_3 = \frac{|\bar{Y}_1 - \bar{Y}_2|}{\sqrt{n_1 S_1^2 + n_2 S_2^2}} \sqrt{\frac{n_1 n_2 (n_1 + n_2 - 2)}{n_1 + n_2}} < t_{n_1 + n_2 - 2, 0.95};$$

$$\text{б) } t_3 = \frac{|\bar{Y}_1 - \bar{Y}_2|}{\sqrt{(n_1 - 1)S_1^2 + (n_2 - 1)S_2^2}} \sqrt{\frac{n_1 n_2 (n_1 + n_2 - 2)}{n_1 + n_2}} < t_{n_1 + n_2 - 2, 0.95};$$

$$\text{в) } t_3 = \frac{|\bar{Y}_1 - \bar{Y}_2|}{\sqrt{(n_1 - 1)S_1 + (n_2 - 1)S_2}} \sqrt{\frac{n_1 n_2 (n_1 + n_2 - 2)}{n_1 + n_2}} < t_{n_1 + n_2 - 1, 0.95};$$

$$\text{г) } t_3 = \frac{|\bar{Y}_1 - \bar{Y}_2|}{\sqrt{(n_1 - 1)S_1^2 + (n_2 - 1)S_2^2}} \sqrt{\frac{n_1 n_2 (n_1 + n_2 - 2)}{n_1 + n_2}} < t_{n_1 + n_2 - 1, 0.95}.$$

7. Даны две выборки с выборочными параметрами  $(\bar{Y}_1 = 22.5; S_1^2 = 16; n_1 = 15)$  и  $(\bar{Y}_2 = 26; S_2^2 = 36; n_2 = 12)$ . Существенно ли различаются выборочные средние с доверительной вероятностью  $p = 0.95$ ?

а) да;

б) нет;

в) приведенных данных недостаточно, чтобы ответить на этот вопрос.

8. Даны две выборки с выборочными параметрами  $(\bar{Y}_1 = 22.5; S_1^2 = 16; n_1 = 30)$  и  $(\bar{Y}_2 = 26; S_2^2 = 36; n_2 = 24)$ . Существенно ли различаются выборочные средние с доверительной вероятностью  $p = 0.95$ ?

а) да;

б) нет;

в) приведенных данных недостаточно, чтобы ответить на этот вопрос.

9. Выборочные дисперсии  $N$  выборок  $S_1^2, S_2^2, \dots, S_N^2$  с доверительной вероятностью  $p$  однородны (объем каждой выборки одинаковый и равен  $n$ ), то есть  $\sigma_1^2 = \sigma_2^2 = \dots = \sigma_N^2$ , если:

$$\text{а) } \frac{\max S_j^2}{\sum_{j=1}^N S_j^2} < t_{n-1, N, p};$$

$$\text{б) } \frac{\max S_j^2}{\sum_{j=1}^N S_j^2} < G_{n-1, N, p};$$

$$\text{в) } \frac{\max S_j^2}{\sum_{j=1}^N S_j^2} < \tau_{n-2, N, p};$$

$$\text{г) } \frac{\max S_j^2}{\sum_{j=1}^N S_j^2} < F_{n-1, N, p}.$$

10. Выборочные дисперсии  $N$  выборок  $S_1^2, S_2^2, \dots, S_N^2$  с доверительной вероятностью  $p$  однородны (объем каждой выборки одинаковый и равен  $n$ ), то есть  $\sigma_1^2 = \sigma_2^2 = \dots = \sigma_N^2$ , если:

а) 
$$\frac{\max_j S_j^2}{\sum_{j=1}^N S_j^2} < G_{n-1, N, p};$$

б) 
$$\frac{\min_j S_j^2}{\sum_{j=1}^N S_j^2} < G_{n-1, N, p};$$

в) 
$$\frac{\max_j S_j}{\sum_{j=1}^N S_j} < G_{n-1, N, p};$$

г) 
$$\frac{\max_j S_j^2}{\sum_{j=1}^N S_j^2} < G_{n-1, N(n-1), p}.$$

11. Выполнено  $N = 8$  опытов, каждый с  $n = 3$  дублями. Однородны ли дисперсии всех опытов с доверительной вероятностью  $p = 0.95$ ?

| $N$ | $Y_{j1}$ | $Y_{j2}$ | $Y_{j3}$ |
|-----|----------|----------|----------|
| 1   | 23       | 25       | 24       |
| 2   | 31       | 33       | 32       |
| 3   | 48       | 40       | 44       |
| 4   | 55       | 57       | 56       |
| 5   | 23       | 25       | 24       |
| 6   | 31       | 33       | 32       |
| 7   | 48       | 40       | 44       |
| 8   | 55       | 57       | 56       |

- а) дисперсии неоднородны;
- б) дисперсии однородны;
- в) приведенных данных недостаточно, чтобы ответить на этот вопрос.

11. Выполнено  $N = 4$  опытов, каждый с  $n = 3$  дублями. Однородны ли дисперсии всех опытов с доверительной вероятностью  $p = 0.95$ ?

| $N$ | $Y_{j1}$ | $Y_{j2}$ | $Y_{j3}$ |
|-----|----------|----------|----------|
| 1   | 23       | 25       | 24       |
| 2   | 31       | 33       | 32       |
| 3   | 46       | 40       | 43       |
| 4   | 55       | 57       | 56       |

- а) дисперсии неоднородны;
- б) дисперсии однородны;
- в) приведенных данных недостаточно, чтобы ответить на этот вопрос.

## 2. ОДНОФАКТОРНЫЙ ЭКСПЕРИМЕНТ

### 2.1. Уравнение регрессии первого порядка

1. Перевод натуральных значений фактора  $x_1$  в нормированные  $X_1$  ( $j = 1, \dots, N$ ) осуществляется следующим образом:

$$\text{а) } X_{1j} = \frac{x_{1j} - \Delta x_1}{x_{10}};$$

$$\text{б) } X_{1j} = \frac{x_{1j} - x_{10}}{\Delta x_1};$$

$$\text{в) } X_{1j} = \frac{2x_{1j} - (x_{1\max} + x_{1\min})}{x_{1\max} - x_{1\min}};$$

$$\text{г) } X_{1j} = \frac{2x_{1j} - (x_{1\max} - x_{1\min})}{x_{1\max} + x_{1\min}}.$$

2. Натуральные значения фактора  $x_1$  варьируются в диапазоне  $x_1 \in [80^\circ\text{C}; 130^\circ\text{C}]$ , а нормированные значения фактора  $X_1$  варьируются в диапазоне  $X_1 \in [-1; 1]$ . Перевод натуральных значений фактора  $x_1$  в нормированные  $X_1$  ( $j = 1, \dots, N$ ) осуществляется следующим образом:

$$\text{а) } X_{1j} = \frac{x_{1j} - 130}{80};$$

$$\text{б) } X_{1j} = \frac{x_{1j} - 25}{105};$$

$$\text{в) } X_{1j} = \frac{x_{1j} - 105}{25};$$

$$\text{г) } X_{1j} = \frac{2x_{1j} - 210}{50}.$$

3. Перевод нормированных значений фактора  $X_1$  ( $j = 1, \dots, N$ ) в натуральные  $x_1$  осуществляется следующим образом:

$$\text{а) } x_{1j} = x_{10} + X_{1j}\Delta x_1;$$

$$\text{б) } x_{1j} = \Delta x_1 + X_{1j}x_{10};$$

$$\text{в) } x_{1j} = X_{1j} + x_{10}\Delta x_1.$$

4. Натуральные значения фактора  $x_1$  варьируются в диапазоне  $x_1 \in [6 \text{ МПа}; 22 \text{ МПа}]$ , а нормированные значения фактора  $X_1$  варьируются в диапазоне  $X_1 \in [-1; 1]$ . Перевод натуральных значений фактора  $x_1$  в нормированные  $X_1$  ( $j = 1, \dots, N$ ) осуществляется следующим образом:

$$\text{а) } x_{1j} = 14 + 8X_{1j};$$

$$\text{б) } x_{1j} = 8 + 14X_{1j};$$

$$\text{в) } x_{1j} = X_{1j} + 8 \cdot 14;$$

$$\text{г) } x_{1j} = 14 - 8X_{1j}.$$

5. Равномерный симметричный план эксперимента из  $N$  опытов в натуральных значениях фактора  $x_1$  задается следующим образом:

$$\text{а) } x_{1j} = x_{1\min} + \frac{j-1}{N}(x_{1\max} - x_{1\min});$$

$$\text{б) } x_{1j} = x_{1\min} + \frac{j}{N-1}(x_{1\max} - x_{1\min});$$

$$\text{в) } x_{1j} = x_{1\min} + \frac{j-1}{N-1}(x_{1\max} + x_{1\min});$$

$$\text{г) } x_{1j} = x_{1\min} + \frac{j-1}{N-1}(x_{1\max} - x_{1\min}).$$

6. Фактор  $x_1$  варьируется в диапазоне  $x_1 \in [6 \text{ МПа}, 30 \text{ МПа}]$ .

Какой план является равномерным симметричным?

| а)             | б)             | в)             | г)             |
|----------------|----------------|----------------|----------------|
| $N$   $x_{1j}$ | $N$   $x_{1j}$ | $N$   $x_{1j}$ | $N$   $x_{1j}$ |
| 1   6          | 1   6          | 1   6          | 1   6          |
| 2   9          | 2   11         | 2   10         | 2   8          |
| 3   12         | 3   16         | 3   14         | 3   10         |
| 4   18         | 4   18         | 4   18         | 4   18         |
| 5   24         | 5   20         | 5   22         | 5   26         |
| 6   27         | 6   25         | 6   26         | 6   28         |
| 7   30         | 7   30         | 7   30         | 7   30         |

7. Равномерный симметричный план эксперимента из  $N$  опытов в нормированных значениях фактора  $X_j$  задается следующим образом:

$$\text{а) } X_j = \frac{2(j-1)}{N-1};$$

$$\text{б) } X_j = \frac{2(j-1)}{N-1} - 1;$$

$$\text{в) } X_j = \frac{j-1}{N-1} - 1;$$

$$\text{г) } X_j = \frac{2j}{N} - 1.$$

31

8. Какой план, выраженный в нормированных значениях фактора  $X_1$ , является равномерным симметричным?

| а)             | б)             | в)             | г)             |
|----------------|----------------|----------------|----------------|
| $N$   $X_{1j}$ | $N$   $X_{1j}$ | $N$   $X_{1j}$ | $N$   $X_{1j}$ |
| 1   -1.00      | 1   -1.00      | 1   -1.00      | 1   -1.00      |
| 2   -0.80      | 2   -0.75      | 2   -0.70      | 2   -0.85      |
| 3   -0.60      | 3   -0.50      | 3   -0.40      | 3   -0.50      |
| 4   -0.40      | 4   -0.25      | 4   -0.10      | 4   -0.15      |
| 5   0.00       | 5   0.00       | 5   0.00       | 5   0.00       |
| 6   0.40       | 6   0.25       | 6   0.10       | 6   0.15       |
| 7   0.60       | 7   0.50       | 7   0.40       | 7   0.50       |
| 8   0.80       | 8   0.75       | 8   0.70       | 8   0.85       |
| 9   1.00       | 9   1.00       | 9   1.00       | 9   1.00       |

9. Для моделирования исследуемого объекта провели эксперимент с числом опытов  $N=21$ . Какой план является равномерным симметричным?

| $N$ | а)       | б)       | в)       |
|-----|----------|----------|----------|
|     | $X_{1j}$ | $X_{1j}$ | $X_{1j}$ |
| 1   | -1.00    | -1.0     | -1.00    |
| 2   | -0.80    | -0.9     | -0.95    |
| 3   | -0.60    | -0.8     | -0.90    |
| 4   | -0.40    | -0.7     | -0.85    |
| 5   | -0.30    | -0.6     | -0.80    |
| 6   | -0.25    | -0.5     | -0.75    |
| 7   | -0.20    | -0.4     | -0.70    |
| 8   | -0.15    | -0.3     | -0.50    |
| 9   | -0.10    | -0.2     | -0.40    |
| 10  | -0.05    | -0.1     | -0.20    |
| 11  | 0.0      | 0.0      | 0.00     |
| 12  | 0.05     | 0.1      | 0.20     |
| 13  | 0.10     | 0.2      | 0.40     |
| 14  | 0.15     | 0.3      | 0.50     |
| 15  | 0.20     | 0.4      | 0.70     |
| 16  | 0.25     | 0.5      | 0.75     |
| 17  | 0.30     | 0.6      | 0.80     |
| 18  | 0.40     | 0.7      | 0.85     |
| 19  | 0.60     | 0.8      | 0.90     |
| 20  | 0.80     | 0.9      | 0.95     |
| 21  | 1.00     | 1.0      | 1.00     |

32

10. Какой план является равномерным симметричным и ортогональным?

| а)  |                 |          |       | б)  |                 |          |       | в)  |                 |          |       |
|-----|-----------------|----------|-------|-----|-----------------|----------|-------|-----|-----------------|----------|-------|
| $N$ | $x_j, ^\circ C$ | $X_{0j}$ | $X_j$ | $N$ | $x_j, ^\circ C$ | $X_{0j}$ | $X_j$ | $N$ | $x_j, ^\circ C$ | $X_{0j}$ | $X_j$ |
| 1   | 45              | 1        | -1.00 | 1   | 45              | 1        | -1.00 | 1   | 45              | 1        | -1.00 |
| 2   | 50              | 1        | -0.75 | 2   | 50              | 1        | -0.75 | 2   | 50              | 1        | -0.75 |
| 3   | 55              | 1        | -0.50 | 3   | 55              | 1        | -0.50 | 3   | 55              | 1        | -0.50 |
| 4   | 58              | 1        | -0.35 | 4   | 60              | 1        | -0.25 | 4   | 65              | 1        | 0.00  |
| 5   | 65              | 1        | 0.00  | 5   | 65              | 1        | 0.00  | 5   | 65              | 1        | 0.00  |
| 6   | 68              | 1        | 0.06  | 6   | 70              | 1        | 0.25  | 6   | 65              | 1        | 0.00  |
| 7   | 75              | 1        | 0.50  | 7   | 75              | 1        | 0.50  | 7   | 75              | 1        | 0.50  |
| 8   | 80              | 1        | 0.75  | 8   | 80              | 1        | 0.75  | 8   | 80              | 1        | 0.75  |
| 9   | 85              | 1        | 1.00  | 9   | 85              | 1        | 1.00  | 9   | 85              | 1        | 1.00  |

11. Дисперсия воспроизводимости рассчитывается следующим образом:

$$а) S_{\text{воспр}}^2 = \frac{\sum_{j=1}^N S_j^2}{N};$$

$$б) S_{\text{воспр}}^2 = \frac{\sum_{j=1}^N \sum_{i=1}^n (Y_{ji} - \bar{Y}_j)^2}{N(n-1)};$$

$$в) S_{\text{воспр}}^2 = \frac{\sum_{j=1}^N \sum_{i=1}^n (Y_{ji} - \bar{Y})^2}{n(N-1)};$$

$$г) S_{\text{воспр}}^2 = \frac{\sum_{j=1}^N S_j^2}{n}.$$

12. Дисперсия воспроизводимости  $S_{\text{воспр}}^2$  имеет следующее число степеней свободы  $f_{\text{воспр}}$ :

$$а) f_{\text{воспр}} = Nn;$$

$$б) f_{\text{воспр}} = (N-1)n;$$

$$в) f_{\text{воспр}} = N(n-1);$$

$$г) f_{\text{воспр}} = N - B.$$

13. Коэффициенты однофакторного уравнения регрессии первого порядка рассчитываются следующим образом:

$$а) b_0 = \frac{\sum_{j=1}^N X_{0j} \bar{Y}_j}{N}, \quad b_1 = \frac{\sum_{j=1}^N X_j \bar{Y}_j}{N};$$

$$б) b_0 = \frac{\sum_{j=1}^N X_{0j} \bar{Y}_j}{\sum_{j=1}^N X_{0j}^2}, \quad b_1 = \frac{\sum_{j=1}^N X_j \bar{Y}_j}{\sum_{j=1}^N X_j^2};$$

$$в) b_0 = \frac{\sum_{j=1}^N X_{0j} \bar{Y}_j}{\sum_{j=1}^N X_{0j}}, \quad b_1 = \frac{\sum_{j=1}^N X_j \bar{Y}_j}{\sum_{j=1}^N X_j};$$

$$г) b_0 = \frac{\sum_{j=1}^N \bar{Y}_j}{\sum_{j=1}^N X_{0j}^2}, \quad b_1 = \frac{\sum_{j=1}^N X_j \bar{Y}_j}{\sum_{j=1}^N X_j^2}.$$

14. Ниже приведен равномерный симметричный план и экспериментальные данные ( $n = 4$ ).

| $N$ | $X_{0j}$ | $X_{1j}$ | $\bar{Y}_j$ | $S_j^2$ |
|-----|----------|----------|-------------|---------|
| 1   | 1        | -1.0     | 1           | 1       |
| 2   | 1        | -0.5     | 4           | 1       |
| 3   | 1        | 0.0      | 8           | 2       |
| 4   | 1        | 0.5      | 10          | 4       |
| 5   | 1        | 1.0      | 12          | 2       |

Коэффициенты однофакторного уравнения регрессии равны:

а)  $b_0 = 5.4, b_1 = 8.8;$

б)  $b_0 = 6.2, b_1 = 7.2;$

в)  $b_0 = 7.0, b_1 = 5.6.$

15. Дисперсии значимости коэффициентов однофакторного уравнения регрессии первого порядка рассчитываются следующим образом:

а)  $S^2(b_0) = \frac{S_{\text{воспр}}^2}{N \sum_{j=1}^N X_{0j}^2}, S^2(b_1) = \frac{S_{\text{воспр}}^2}{N \sum_{j=1}^N X_j^2};$

б)  $S^2(b_0) = \frac{S_{\text{воспр}}^2}{n \sum_{j=1}^N X_{0j}^2}, S^2(b_1) = \frac{S_{\text{воспр}}^2}{n \sum_{j=1}^N X_j^2};$

в)  $S^2(b_0) = \frac{S_{\text{воспр}}^2}{(n-1) \sum_{j=1}^N X_{0j}^2}, S^2(b_1) = \frac{S_{\text{воспр}}^2}{(n-1) \sum_{j=1}^N X_j^2};$

г)  $S^2(b_0) = \frac{S_{\text{воспр}}^2}{nN \sum_{j=1}^N X_{0j}^2}, S^2(b_1) = \frac{S_{\text{воспр}}^2}{nN \sum_{j=1}^N X_j^2}.$

16. Для равномерного симметричного плана, приведенного в таблице, дисперсии значимости коэффициентов однофакторного уравнения регрессии равны:

| $N$ | $X_{0j}$ | $X_{1j}$ | $\bar{Y}_j$ | $S_j^2$ |
|-----|----------|----------|-------------|---------|
| 1   | 1        | -1.0     | 1           | 1       |
| 2   | 1        | -0.5     | 4           | 1       |
| 3   | 1        | 0.0      | 8           | 2       |
| 4   | 1        | 0.5      | 10          | 4       |
| 5   | 1        | 1.0      | 12          | 2       |

а)  $S^2(b_0) = 0.100, S^2(b_1) = 0.200;$

б)  $S^2(b_0) = 0.400, S^2(b_1) = 0.800;$

в)  $S^2(b_0) = 0.500, S^2(b_1) = 0.500.$

17. Для равномерного симметричного плана укажите правильные формулы для расчета  $\sum_{j=1}^N X_{0j}^2$  и  $\sum_{j=1}^N X_{1j}^2$ :

а)  $\sum_{j=1}^N X_{0j}^2 = N^2, \sum_{j=1}^N X_{1j}^2 = \frac{N(N+1)}{3(N-1)};$

б)  $\sum_{j=1}^N X_{0j}^2 = N, \sum_{j=1}^N X_{1j}^2 = \frac{N(N-1)}{3(N+1)};$

$$\text{в) } \sum_{j=1}^N X_{0j}^2 = N, \quad \sum_{j=1}^N X_{1j}^2 = \frac{N(N+1)}{3(N-1)};$$

$$\text{г) } \sum_{j=1}^N X_{0j}^2 = N^2, \quad \sum_{j=1}^N X_{1j}^2 = \frac{N(N+1)}{3(N-1)^2}.$$

18. Доверительные интервалы коэффициентов однофакторного уравнения регрессии первого порядка рассчитываются следующим образом:

$$\text{а) } \Delta b = t_{N(n-1)} S^2(b);$$

$$\text{б) } \Delta b = t_{N(n-1)} S(b);$$

$$\text{в) } \Delta b = t_{N(n-1)} \sqrt{S^2(b)}.$$

19. Чему равны доверительные интервалы  $\Delta b_0$  и  $\Delta b_1$  для равномерного симметричного плана, приведенного в таблице?

| $N$ | $X_{0j}$ | $X_{1j}$ | $\bar{Y}_j$ | $S_j^2$ |
|-----|----------|----------|-------------|---------|
| 1   | 1        | -1.0     | 1           | 1       |
| 2   | 1        | -0.5     | 4           | 1       |
| 3   | 1        | 0.0      | 8           | 2       |
| 4   | 1        | 0.5      | 10          | 4       |
| 5   | 1        | 1.0      | 12          | 2       |

$$\text{а) } \Delta b_0 = 0.67, \quad \Delta b_1 = 0.95;$$

$$\text{б) } \Delta b_0 = 0.6, \quad \Delta b_1 = 0.9;$$

$$\text{в) } \Delta b_0 = 0.7, \quad \Delta b_1 = 0.9;$$

$$\text{г) } \Delta b_0 = 0.7, \quad \Delta b_1 = 1.0.$$

37

20. Остаточная сумма квадратов для оценки адекватности уравнения регрессии равна:

$$\text{а) } \varphi = \sum_{j=1}^N (\bar{Y}_j - Y_j^p);$$

$$\text{б) } \varphi = \sum_{j=1}^N (\bar{Y}_j - Y_j^p)^2;$$

$$\text{в) } \varphi = \sum_{j=1}^N (Y_j^p - \bar{Y}_j)^2;$$

$$\text{г) } \varphi = \sum_{j=1}^N (\bar{Y}_j^2 - Y_j^{p2}).$$

21. Дисперсия адекватности рассчитывается следующим образом:

$$\text{а) } S_{\text{ад}}^2 = \frac{n\varphi}{N-1};$$

$$\text{б) } S_{\text{ад}}^2 = \frac{n\varphi}{N-(B-1)};$$

$$\text{в) } S_{\text{ад}}^2 = \frac{n\varphi}{N-B};$$

$$\text{г) } S_{\text{ад}}^2 = \frac{(n-1)\varphi}{N-B}.$$

22. Дисперсия адекватности имеет следующее число степеней свободы:

$$\text{а) } f_{\text{ад}} = N-1;$$

$$\text{б) } f_{\text{ад}} = N-(B-1);$$

38

$$в) f_{ад} = N - B;$$

$$г) f_{ад} = N(n - 1).$$

23. Экспериментальный критерий Фишера рассчитывается следующим образом:

$$а) F_3 = \frac{\max(S_{ад}^2, S_{воспр}^2)}{\min(S_{ад}^2, S_{воспр}^2)};$$

$$б) F_3 = \frac{\min(S_{ад}^2, S_{воспр}^2)}{\max(S_{ад}^2, S_{воспр}^2)};$$

$$в) F_3 = \frac{S_{ад}^2}{S_{воспр}^2};$$

$$г) F_3 = \frac{S_{воспр}^2}{S_{ад}^2}.$$

24. Уравнение регрессии первого порядка адекватно, если:

$$а) F_3 = \frac{S_{ад}^2}{S_{воспр}^2} < F_{N-B, N(n-1), 0.95} \text{ при } S_{ад}^2 > S_{воспр}^2;$$

$$б) F_3 = \frac{S_{ад}^2}{S_{воспр}^2} > F_{N-B, N(n-1), 0.95} \text{ при } S_{ад}^2 > S_{воспр}^2;$$

$$в) F_3 = \frac{S_{воспр}^2}{S_{ад}^2} < F_{N(n-1), N-B, 0.95} \text{ при } S_{ад}^2 < S_{воспр}^2;$$

$$г) F_3 = \frac{S_{воспр}^2}{S_{ад}^2} < F_{N-B, N(n-1), 0.95} \text{ при } S_{ад}^2 < S_{воспр}^2.$$

25. Используя равномерный симметричный план, состоящий из числа опытов  $N = 11$  и числа дублей  $n = 4$ , получено однофакторное уравнение регрессии первого порядка, в котором значим только коэффициент  $b_1$ . Дисперсия воспроизводимости  $S_{воспр}^2 = 2.820$ , дисперсия адекватности  $S_{ад}^2 = 1.175$ . Является ли полученное уравнение регрессии адекватным?

а) да;

б) нет;

в) приведенных данных недостаточно,  
чтобы ответить на этот вопрос.

26. Используя равномерный симметричный план, состоящий из числа опытов  $N = 11$  и числа дублей  $n = 4$ , получено однофакторное уравнение регрессии первого порядка, в котором значим только коэффициент  $b_1$ . Дисперсия воспроизводимости  $S_{воспр}^2 = 2.820$ , дисперсия адекватности  $S_{ад}^2 = 6.768$ . Является ли полученное уравнение регрессии адекватным?

а) да;

б) нет;

в) приведенных данных недостаточно,  
чтобы ответить на этот вопрос.

27. Предельная абсолютная погрешность  $\Delta Y(X_1)$  параметра  $Y$ , рассчитанного по однофакторному уравнению регрессии первого порядка, определяется следующим образом:

$$\text{а) } \Delta Y(X_1) = t_{N(n-1), 0.95} \sqrt{S^2(b_0) + X_1 S^2(b_1)};$$

$$\text{б) } \Delta Y(X_1) = t_{N(n-1), 0.95} \sqrt{S(b_0) + X_1^2 S(b)};$$

$$\text{в) } \Delta Y(X_1) = t_{N(n-1), 0.95} \sqrt{S^2(b_0) + X_1^2 S^2(b_1)};$$

$$\text{г) } \Delta Y(X_1) = t_{N(n-1), 0.95} \frac{S_{\text{воспр}}}{\sqrt{Nn}} \sqrt{S^2(b_0) + X_1^2 S^2(b_1)}.$$

## 2.2. Ортогонализированное уравнение регрессии второго порядка

1. Ортогонализирующий коэффициент  $\lambda_1$  в однофакторном уравнении регрессии второго порядка  $Y = b_0 X_0 + b_1 X_1 + b_{11}(X^2 - \lambda_1)$  рассчитывается следующим образом:

$$\text{а) } \lambda_1 = \overline{X^2};$$

$$\text{б) } \lambda_1 = \frac{\sum_{j=1}^N X_{1j}^2}{N};$$

$$\text{в) } \lambda_1 = \frac{N+1}{3(N-1)};$$

$$\text{г) } \lambda_1 = \frac{\sum_{j=1}^N X_j}{N}.$$

2. Для равномерного симметричного плана сумма  $\sum_{j=1}^N (X_{1j}^2 - \lambda_1)^2$  рассчитывается следующим образом:

$$\text{а) } \sum_{j=1}^N (X_{1j}^2 - \lambda_1)^2 = \frac{4(N+1)(N^2-4)}{45(N-1)^3};$$

$$\text{б) } \sum_{j=1}^N (X_{1j}^2 - \lambda_1)^2 = \frac{4N(N+1)(N^2-4)}{45(N-1)^2};$$

$$\text{в) } \sum_{j=1}^N (X_{1j}^2 - \lambda_1)^2 = \frac{4N(N+1)}{45(N-1)^3};$$

$$\text{г) } \sum_{j=1}^N (X_{1j}^2 - \lambda_1)^2 = \frac{4N(N+1)(N^2-4)}{45(N-1)^3}.$$

3. Для построения однофакторного ортогонализированного уравнения регрессии первого порядка был использован равномерный симметричный план с числом опытов  $N=9$ . Ортогонализирующий коэффициент  $\lambda_1$  и суммы квадратов ортогональных факторов  $\sum_{j=1}^9 X_{0j}^2$ ,  $\sum_{j=1}^9 X_{1j}^2$ ,  $\sum_{j=1}^9 (X_{1j}^2 - \lambda_1)^2$  равны:

$$\text{а) } \lambda_1 = \frac{5}{12}, \quad \sum_{j=1}^9 X_{0j}^2 = 9, \quad \sum_{j=1}^9 X_{1j}^2 = \frac{15}{4}, \quad \sum_{j=1}^9 (X_{1j}^2 - \lambda_1)^2 = \frac{77}{64};$$

$$\text{б) } \lambda_1 = 0.4166, \quad \sum_{j=1}^9 X_{0j}^2 = 9, \quad \sum_{j=1}^9 X_{1j}^2 = 3.751, \quad \sum_{j=1}^9 (X_{1j}^2 - \lambda_1)^2 = 1.204;$$

$$\text{в) } \lambda_1 = 0.4167, \quad \sum_{j=1}^9 X_{0j}^2 = 9, \quad \sum_{j=1}^9 X_{1j}^2 = 3.750, \quad \sum_{j=1}^9 (X_{1j}^2 - \lambda_1)^2 = 1.203.$$

4. Коэффициенты однофакторного ортогонализованного уравнения регрессии второго порядка рассчитываются по формулам:

$$\text{а) } b_0 = \frac{\sum_{j=1}^N X_{0j} \bar{Y}_j}{\sum_{j=1}^N X_{0j}}, \quad b_1 = \frac{\sum_{j=1}^N X_{1j} \bar{Y}_j}{\sum_{j=1}^N X_{1j}}, \quad b_{11} = \frac{\sum_{j=1}^N (X_{1j}^2 - \bar{X}^2) \bar{Y}_j}{\sum_{j=1}^N (X_{1j}^2 - \bar{X}^2)};$$

$$\text{б) } b_0 = \frac{\sum_{j=1}^N X_{0j} \bar{Y}_j}{\sum_{j=1}^N X_{1j}^2}, \quad b_1 = \frac{\sum_{j=1}^N X_{1j} \bar{Y}_j}{\sum_{j=1}^N X_{1j}^2}, \quad b_{11} = \frac{\sum_{j=1}^N (X_{1j}^2 - \bar{X}^2) \bar{Y}_j}{\sum_{j=1}^N (X_{1j}^2 - \bar{X}^2)^2};$$

$$\text{в) } b_0 = \frac{\sum_{j=1}^N X_{0j} \bar{Y}_j}{N \sum_{j=1}^N X_{0j}^2}, \quad b_1 = \frac{\sum_{j=1}^N X_{1j} \bar{Y}_j}{N \sum_{j=1}^N X_{1j}^2}, \quad b_{11} = \frac{\sum_{j=1}^N (X_{1j}^2 - \lambda_1) \bar{Y}_j}{N \sum_{j=1}^N (X_{1j}^2 - \lambda_1)^2};$$

$$\text{г) } b_0 = \frac{\sum_{j=1}^N X_{0j} \bar{Y}_j}{\sum_{j=1}^N X_{0j}^2}, \quad b_1 = \frac{\sum_{j=1}^N X_{1j} \bar{Y}_j}{\sum_{j=1}^N X_{1j}^2}, \quad b_{11} = \frac{\sum_{j=1}^N (X_{1j}^2 - \lambda_1) \bar{Y}_j}{\sum_{j=1}^N (X_{1j}^2 - \lambda_1)^2}.$$

5. Дисперсии значимости коэффициентов однофакторного ортогонализованного уравнения регрессии второго порядка рассчитываются по формулам:

$$\text{а) } S^2(b_0) = \frac{S_{\text{воспр}}^2}{n \sum_{j=1}^N X_{0j}^2}, \quad S^2(b_1) = \frac{S_{\text{воспр}}^2}{n \sum_{j=1}^N X_{1j}^2}, \quad S^2(b_{11}) = \frac{S_{\text{воспр}}^2}{n \sum_{j=1}^N (X_j^2 - \lambda_1)^2};$$

43

$$\text{б) } S^2(b_0) = \frac{S_{\text{воспр}}^2}{N \sum_{j=1}^N X_{0j}^2}, \quad S^2(b_1) = \frac{S_{\text{воспр}}^2}{N \sum_{j=1}^N X_{1j}^2}, \quad S^2(b_{11}) = \frac{S_{\text{воспр}}^2}{N \sum_{j=1}^N (X_{1j}^2 - \lambda_1)^2};$$

$$\text{в) } S^2(b_0) = \frac{S_{\text{воспр}}^2}{\sum_{j=1}^N X_{0j}^2}, \quad S^2(b_1) = \frac{S_{\text{воспр}}^2}{\sum_{j=1}^N X_{1j}^2}, \quad S^2(b_{11}) = \frac{S_{\text{воспр}}^2}{\sum_{j=1}^N (X_{1j}^2 - \lambda_1)^2}.$$

6. Предельная абсолютная погрешность  $\Delta Y(X_1)$  параметра  $Y$ , рассчитанного по однофакторному ортогонализованному уравнению регрессии второго порядка  $Y = b_0 X_0 + b_1 X_1 + b_{11} (X^2 - \lambda_1)$ , определяется следующим образом:

$$\text{а) } \Delta Y = t_{N(n-1), 0.95} \sqrt{S^2(b_0) + X_1 S^2(b_1) + (X_1^2 - \lambda_1) S^2(b_{11})};$$

$$\text{б) } \Delta Y = t_{N(n-1), 0.95} \sqrt{S^2(b_0) + X_1^2 S^2(b_1) + (X_1^2 - \lambda_1)^2 S^2(b_{11})};$$

$$\text{в) } \Delta Y = t_{N(n-1), 0.95} \frac{S_{\text{воспр}}}{\sqrt{Nn}} \sqrt{S^2(b_0) + X_1^2 S^2(b_1) + (X_1^2 - \lambda_1)^2 S^2(b_{11})}.$$

7. Достаточное условие того, что однофакторное ортогонализованное уравнение регрессии второго порядка  $Y = b_0 X_0 + b_1 X_1 + b_{11} (X^2 - \lambda_1)$  имеет абсолютный максимум (минимум), следующее:

$$\text{а) } b_{11} > 0 \quad (b_{11} < 0);$$

$$\text{б) } b_{11} < 0 \quad (b_{11} > 0);$$

$$\text{в) } b_{11} = 0 \quad (b_{11} = 0);$$

44

$$\text{г) } \frac{\partial^2 Y}{\partial X_1^2} < 0 \left( \frac{\partial^2 Y}{\partial X_1^2} > 0 \right).$$

8. Необходимое условие того, что однофакторное ортогонализированное уравнение регрессии второго порядка  $Y = b_0 X_0 + b_1 X_1 + b_{11}(X_1^2 - \lambda_1)$  имеет абсолютный максимум (минимум), следующее:

а)  $b_1 + 2b_{11}X_1 = 0$ ;

б)  $\frac{\partial Y}{\partial X_1} = 0$ ;

в)  $b_{11} = 0$ ;

г)  $\frac{\partial^2 Y}{\partial X_1^2} = 0$ .

9. Оптимальное значение  $X_{1 \text{ опт}}$ , при котором параметр  $Y = Y_{\text{max (min)}}$ , равно:

а)  $X_{1 \text{ опт}} = -\frac{2b_1}{b_{11}}$ ;

б)  $X_{1 \text{ опт}} = -\frac{2b_{11}}{b_1}$ ;

в)  $X_{1 \text{ опт}} = -\frac{b_1}{2b_{11}}$ .

10. В результате моделирования исследуемого объекта получено однофакторное ортогонализированное уравнение регрессии второго порядка  $Y = 25.0 - 12.0X_1 + 15.0 \cdot (X_1^2 - 0.50)$ . Оптимальное значение фактора  $X_{1 \text{ опт}}$  и минимальное значение параметра  $Y_{\text{min}}$  равны:

а)  $X_{1 \text{ опт}} = 0.500, Y_{\text{min}} = 15.2$ ;

б)  $X_{1 \text{ опт}} = 0.400, Y_{\text{min}} = 15.1$ ;

в)  $X_{1 \text{ опт}} = 0.600, Y_{\text{min}} = 15.7$ ;

г)  $X_{1 \text{ опт}} = 0.800, Y_{\text{min}} = 16.4$ .

### 3. МНОГОФАКТОРНЫЙ ЭКСПЕРИМЕНТ

#### 3.1. Центральный полный факторный эксперимент

1. Укажите уравнения перехода от натуральных значений факторов к нормированным в многофакторном эксперименте:

$$\text{а) } X_r = \frac{x_r - x_{r \max} - x_{r \min}}{\Delta x_r}, \quad x_r = \Delta x_r X_r;$$

$$\text{б) } X_r = \frac{x_r - x_{r0}}{x_{r \max} + x_{r \min}}, \quad x_r = x_{r0} + X_r;$$

$$\text{в) } X_r = \frac{x_r - x_{r0}}{\Delta x_r}, \quad x_r = x_{r0} + \Delta x_r X_r,$$

$$\text{где } x_{r0} = \frac{x_{r \max} + x_{r \min}}{2}, \quad \Delta x_r = \frac{x_{r \max} - x_{r \min}}{2}.$$

2. Двухуровневый план ЦПФЭ для  $k = 2$  имеет следующий вид:

а)

| $N_{20} + 1$ | $X_{0j}$ | $X_{1j}$ | $X_{2j}$ |
|--------------|----------|----------|----------|
| 1            | +        | -        | -        |
| 2            | +        | -        | -        |
| 3            | +        | -        | +        |
| 4            | +        | +        | +        |
| 5            | +        | 0        | 0        |

б)

| $N_{20} + 1$ | $X_{0j}$ | $X_{1j}$ | $X_{2j}$ |
|--------------|----------|----------|----------|
| 1            | +        | -        | -        |
| 2            | +        | +        | -        |
| 3            | +        | -        | +        |
| 4            | +        | +        | +        |
| 5            | +        | 0        | 0        |

в)

| $N_{20} + 1$ | $X_{0j}$ | $X_{1j}$ | $X_{2j}$ |
|--------------|----------|----------|----------|
| 1            | +        | -        | +        |
| 2            | +        | +        | +        |
| 3            | +        | -        | -        |
| 4            | +        | +        | -        |
| 5            | +        | 0        | 0        |

47

3. Двухуровневый план ЦПФЭ для  $k = 3$  имеет следующий вид:

а)

| $N_{30} + 1$ | $X_{0j}$ | $X_{1j}$ | $X_{2j}$ | $X_{3j}$ |
|--------------|----------|----------|----------|----------|
| 1            | +        | -        | -        | -        |
| 2            | +        | +        | -        | +        |
| 3            | +        | -        | +        | -        |
| 4            | +        | +        | +        | +        |
| 5            | +        | -        | -        | -        |
| 6            | +        | +        | -        | +        |
| 7            | +        | -        | +        | -        |
| 8            | +        | +        | +        | +        |
| 9            | +        | 0        | 0        | 0        |

б)

| $N_{30} + 1$ | $X_{0j}$ | $X_{1j}$ | $X_{2j}$ | $X_{3j}$ |
|--------------|----------|----------|----------|----------|
| 1            | -        | +        | -        | -        |
| 2            | +        | +        | -        | -        |
| 3            | -        | +        | +        | -        |
| 4            | +        | +        | +        | -        |
| 5            | -        | +        | -        | +        |
| 6            | +        | +        | -        | +        |
| 7            | -        | +        | +        | +        |
| 8            | +        | +        | +        | +        |
| 9            | +        | 0        | 0        | 0        |

в)

| $N_{30} + 1$ | $X_{0j}$ | $X_{1j}$ | $X_{2j}$ | $X_{3j}$ |
|--------------|----------|----------|----------|----------|
| 1            | +        | -        | -        | -        |
| 2            | +        | +        | -        | -        |
| 3            | +        | -        | +        | -        |
| 4            | +        | +        | +        | -        |
| 5            | +        | -        | -        | +        |
| 6            | +        | +        | -        | +        |
| 7            | +        | -        | +        | +        |
| 8            | +        | +        | +        | +        |
| 9            | +        | 0        | 0        | 0        |

48

4. Число опытов  $N_{k0}$  в двухуровневом ПФЭ ( $n$  – число дублей в каждом опыте,  $k$  – число факторов) равно:

а)  $N_{k0} = 2^n$ ;

б)  $N_{k0} = k^2$ ;

в)  $N_{k0} = 2^k$ .

5. Число опытов  $N_k$  в ЦПФЭ, который включает двухуровневый ПФЭ ( $n$  – число дублей в каждом опыте,  $k$  – число факторов), равно:

а)  $N_k = 2^n + 1$ ;

б)  $N_k = k^2 + 1$ ;

в)  $N_k = 2^k + 1$ ;

г)  $N_k = N_{k0} + 1$ .

6. Для многофакторного эксперимента, выполненного по плану ЦПФЭ, суммы  $\sum_{j=1}^{N_k} X_{0j}^2$ ,  $\sum_{j=1}^{N_k} X_{rj}^2$  равны:

а)  $\sum_{j=1}^{N_k} X_{0j}^2 = N_{k0}$ ,  $\sum_{j=1}^{N_k} X_{rj}^2 = N_{k0} + 1$ ;

б)  $\sum_{j=1}^{N_k} X_{0j}^2 = N_k$ ,  $\sum_{j=1}^{N_k} X_{rj}^2 = N_k - 1$ ;

в)  $\sum_{j=1}^{N_k} X_{0j}^2 = N_{k0} + 1$ ,  $\sum_{j=1}^{N_k} X_{rj}^2 = N_{k0}$ ;

г)  $\sum_{j=1}^{N_k} X_{0j}^2 = 2^k + 1$ ,  $\sum_{j=1}^{N_k} X_{rj}^2 = 2^k$ .

7. Коэффициенты многофакторного уравнения регрессии первого порядка  $b_0$ ,  $b_r$ , построенного по плану ЦПФЭ, рассчитываются следующим образом:

а)  $b_0 = \frac{\sum_{j=1}^{N_k} X_{0j} \bar{Y}_j}{\sum_{j=1}^{N_k} X_{0j}^2}$ ,  $b_r = \frac{\sum_{j=1}^{N_k} X_{rj} \bar{Y}_j}{\sum_{j=1}^{N_k} X_{rj}^2}$ ;

б)  $b_0 = \frac{\sum_{j=1}^{N_k} X_{0j} \bar{Y}_j}{n(N_{k0} + 1)}$ ,  $b_r = \frac{\sum_{j=1}^{N_k} X_{rj} \bar{Y}_j}{nN_{k0}}$ ;

в)  $b_0 = \frac{\sum_{j=1}^{N_k} X_{0j} \bar{Y}_j}{\sum_{j=1}^{N_k} X_{0j}}$ ,  $b_r = \frac{\sum_{j=1}^{N_k} X_{rj} \bar{Y}_j}{\sum_{j=1}^{N_k} X_{rj}}$ ;

г)  $b_0 = \frac{\sum_{j=1}^{N_k} X_{0j} \bar{Y}_j}{N_k}$ ,  $b_r = \frac{\sum_{j=1}^{N_k} X_{rj} \bar{Y}_j}{N_{k0}}$ .

8. Дисперсия значимости коэффициента  $b_0$  многофакторного уравнения регрессии первого порядка, построенного по плану ЦПФЭ, рассчитывается следующим образом:

$$а) S^2(b_0) = \frac{S_{\text{воспр}}^2}{nN_{k0}};$$

$$б) S^2(b_0) = \frac{S_{\text{воспр}}^2}{n \sum_{j=1}^{N_{k0}+1} X_{0j}};$$

$$в) S^2(b_0) = \frac{S_{\text{воспр}}^2}{n \sum_{j=1}^{N_{k0}+1} X_{0j}^2};$$

$$г) S^2(b_0) = \frac{S_{\text{воспр}}^2}{n(N_{k0} + 1)}.$$

9. Дисперсии значимости коэффициентов  $b_r$  многофакторного уравнения регрессии первого порядка, построенного по плану ЦПФЭ, рассчитываются следующим образом:

$$а) S^2(b_r) = \frac{S_{\text{воспр}}^2}{N_{k0}};$$

$$б) S^2(b_r) = \frac{S_{\text{воспр}}^2}{nN_{k0}};$$

$$в) S^2(b_r) = \frac{S_{\text{воспр}}^2}{n \sum_{j=1}^{N_{k0}} X_{rj}};$$

$$г) S^2(b_r) = \frac{S_{\text{воспр}}^2}{n \sum_{j=1}^{N_{k0}} X_{rj}^2}.$$

10. Предельная абсолютная погрешность  $\Delta Y(X_1)$  параметра  $Y$ , рассчитанного по многофакторному уравнению регрессии первого порядка, рассчитывается следующим образом:

$$а) \Delta Y(X_1, \dots, X_k) = t_{N_k(n-1), p} \frac{S_{\text{воспр}}}{\sqrt{nN_k}} \sqrt{1 + S^2(b_r) \sum_{r=1}^k X_r^2};$$

$$б) \Delta Y(X_1, \dots, X_k) = t_{N_k(n-1), p} \frac{S_{\text{воспр}}}{\sqrt{nN_k}} \sqrt{1 + \sum_{r=1}^k X_r^2};$$

$$в) \Delta Y(X_1, \dots, X_k) = t_{N_k(n-1), p} \sqrt{S^2(b_0) + S^2(b_1) \sum_{r=1}^k X_r^2};$$

$$г) \Delta Y(X_1, \dots, X_k) = t_{N_k(n-1), p} \sqrt{1 + \sum_{r=1}^k X_r^2}.$$

### 3.2. Центральный дробный факторный эксперимент

1. Число опытов  $N_{kg}$  в двухуровневом ДФЭ ( $n$  – число дублей в каждом опыте,  $k$  – число факторов,  $g$  – число генерирующих соотношений) равно:

а)  $N_{kg} = 2^{n-g}$ ;

б)  $N_{kg} = k^{2g}$ ;

в)  $N_{kg} = 2^{k-g}$ ;

г)  $N_{kg} = 2^{g-k}$

2. Число опытов  $N_k$  в ЦПФЭ, который включает двухуровневый ДФЭ ( $n$  – число дублей в каждом опыте,  $k$  – число факторов,  $g$  – число генерирующих соотношений), равно:

а)  $N_k = 2^{ng} + 1$ ;

б)  $N_k = k^{2g} + 1$ ;

в)  $N_k = 2^{k-g} + 1$ ;

г)  $N_k = N_{kg} + 1$ .

3. План эксперимента ДФЭ типа  $2^{4-1}$  при генерирующем соотношении  $X_4 = -X_1X_2X_3$  имеет следующий вид:

а)

| $N_{k0}$ | $X_0$ | $X_1$ | $X_2$ | $X_3$ | $X_4$ |
|----------|-------|-------|-------|-------|-------|
| 1        | +     | -     | -     | -     | -     |
| 2        | +     | +     | -     | -     | +     |
| 3        | +     | -     | +     | -     | +     |
| 4        | +     | +     | +     | -     | -     |
| 5        | +     | -     | -     | +     | +     |
| 6        | +     | +     | -     | +     | -     |
| 7        | +     | -     | +     | +     | -     |
| 8        | +     | +     | +     | +     | +     |

б)

| $N_{k0}$ | $X_0$ | $X_1$ | $X_2$ | $X_3$ | $X_4$ |
|----------|-------|-------|-------|-------|-------|
| 1        | +     | -     | -     | -     | +     |
| 2        | +     | +     | -     | -     | -     |
| 3        | +     | -     | +     | -     | -     |
| 4        | +     | +     | +     | -     | +     |
| 5        | +     | -     | -     | +     | -     |
| 6        | +     | +     | -     | +     | +     |
| 7        | +     | -     | +     | +     | +     |
| 8        | +     | +     | +     | +     | -     |

в)

| $N_{k0}$ | $X_0$ | $X_1$ | $X_2$ | $X_3$ | $X_4$ |
|----------|-------|-------|-------|-------|-------|
| 1        | +     | -     | -     | -     | -     |
| 2        | +     | +     | -     | -     | +     |
| 3        | +     | -     | +     | -     | +     |
| 4        | +     | +     | +     | -     | -     |
| 5        | +     | -     | -     | +     | -     |
| 6        | +     | +     | -     | +     | +     |
| 7        | +     | -     | +     | +     | +     |
| 8        | +     | +     | +     | +     | -     |

4. Найдите определяющий контраст для плана ДФЭ типа  $2^{3-1}$  при построении трехфакторного уравнения регрессии первого порядка  $Y = b_0X_0 + b_1X_1 + b_2X_2 + b_3X_3$ , если выбрано генерирующее соотношение  $X_3 = -X_1X_2$ :

а)  $1 = X_1X_2X_3$ ;

б)  $1 = -X_1X_2X_3$ ;

в)  $1 = -X_1X_2$ ;

г)  $1 = X_1X_2$ .

5. Найдите определяющий контраст для плана ДФЭ типа  $2^{4-1}$  при построении четырехфакторного уравнения регрессии первого порядка  $Y = b_0X_0 + b_1X_1 + b_2X_2 + b_3X_3 + b_4X_4$ , если выбрано генерирующее соотношение  $X_4 = X_1X_2$ :

а)  $1 = X_1X_2X_3X_4$ ;

б)  $1 = -X_1X_2X_4$ ;

в)  $1 = X_1X_2X_4$ ;

г)  $1 = -X_1X_2X_3X_4$ .

6. Найдите определяющий контраст для плана ДФЭ типа  $2^{5-2}$  при построении пятифакторного уравнения регрессии первого порядка  $Y = b_0X_0 + b_1X_1 + b_2X_2 + b_3X_3 + b_4X_4 + b_5X_5$ , если выбраны генерирующие соотношения  $X_4 = X_1X_2X_3 = -X_1X_2$  и  $X_5 = X_1X_2X_3$ :

а)  $1 = -X_1X_2X_3 = X_1X_2X_3X_5 = -X_3X_4X_5$ ;

б)  $1 = -X_1X_2X_4 = X_1X_2X_3X_4 = -X_3X_4X_5$ ;

в)  $1 = -X_1X_2X_4 = X_1X_2X_3X_5 = -X_3X_4X_5$ ;

г)  $1 = -X_1X_2X_4 = X_1X_2X_3X_5 = X_3X_4X_5$ .

7. Если число генерирующих соотношений  $g = 3$ , то число определяющих контрастов равно:

а) 6;

б) 8;

в) 7;

г) 9.

8. Число опытов в плане ДФЭ типа  $2^{8-4}$  равно:

а) 8;

б) 16;

в) 24;

г) 32.

9. Максимальное число генерирующих соотношений  $g$  для построения многофакторного уравнения регрессии первого порядка находится из неравенства ( $k$  – число факторов):

а)  $g < 1 + k - \frac{\lg[k(k+1)]}{\lg 2}$ ;

б)  $g < k - \frac{\lg k}{\lg 2}$ ;

в)  $g < k + 1 - \frac{\lg[k(k-1)]}{\lg 2}$ .

10. Максимальное число генерирующих соотношений  $g$  для построения многофакторного уравнения регрессии неполного второго порядка находится из неравенства ( $k$  – число факторов):

а)  $g < 1 + k - \frac{\lg[k(k+1)]}{\lg 2}$ ;

б)  $g < k - \frac{\lg k}{\lg 2}$ ;

в)  $g < k + 1 - \frac{\lg[k(k-1)]}{\lg 2}$ .

### 3.3. Крутое восхождение

1. В результате моделирования исследуемого объекта получено адекватное многофакторное уравнение регрессии первого порядка:  $Y = b_0 + b_1X_1 + b_2X_2 + b_3X_3$ . Градиент этой функции задается следующим образом:

$$\text{а) } \vec{\text{grad}} Y = b_0 \vec{l} + b_1 \vec{i} + b_2 \vec{j} + b_3 \vec{k};$$

$$\text{б) } \vec{\text{grad}} Y = b_1 \vec{i} + b_2 \vec{j} + b_3 \vec{k};$$

$$\text{в) } \vec{\text{grad}} Y = \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \end{pmatrix};$$

$$\text{г) } \vec{\text{grad}} Y = \begin{pmatrix} b_0 \\ b_1 \\ b_2 \\ b_3 \end{pmatrix},$$

где единичные векторы  $\vec{l}, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$ , расположенные в направлении осей  $OY, OX_1, OX_2, OX_3$ .

2. Параметрическое уравнение прямой линии для трехфакторного уравнения регрессии первого порядка  $Y = b_0 + b_1X_1 + b_2X_2 + b_3X_3$ , проходящее через центр факторного пространства параллельно градиенту функции, построенное в нормированных значениях факторов  $X_1, X_2, X_3$ , имеет следующий вид:

$$\text{а) } \begin{cases} X_1 = \xi b_1 \\ X_2 = \mu b_2; \\ X_3 = \zeta b_3 \end{cases}$$

$$\text{б) } \begin{cases} X_1 = \xi b_1 \\ X_2 = \xi b_2; \\ X_3 = \xi b_3 \end{cases}$$

$$\text{в) } \begin{cases} b_1 = \xi X_1 \\ b_2 = \xi X_2; \\ b_3 = \xi X_3 \end{cases}$$

$$\text{г) } \begin{cases} X_1 = -\xi b_1 \\ X_2 = -\xi b_2. \\ X_3 = -\xi b_3 \end{cases}$$

3. Параметрическое уравнение прямой для трехфакторного уравнения регрессии первого порядка  $Y = b_0 + b_1X_1 + b_2X_2 + b_3X_3$ , проходящее через центр факторного пространства параллельно градиенту функции, в натуральных значениях факторов  $x_1, x_2, x_3$ , имеет следующий вид:

$$\text{а) } \begin{cases} x_1 = x_{10} + \xi b_1 \Delta x_1 \\ x_2 = x_{20} + \xi b_2 \Delta x_2; \\ x_3 = x_{30} + \xi b_3 \Delta x_3 \end{cases}$$

$$\text{б) } \begin{cases} x_1 = \Delta x_1 + \xi b_1 x_{10} \\ x_2 = \Delta x_2 + \xi b_2 x_{20}; \\ x_3 = \Delta x_3 + \xi b_3 x_{30} \end{cases}$$

$$\text{в) } \begin{cases} x_1 = b_1 \Delta x_1 + \xi x_{10} \\ x_2 = b_2 \Delta x_2 + \xi x_{20}; \\ x_3 = b_3 \Delta x_3 + \xi x_{30} \end{cases}$$

$$\text{г) } \begin{cases} x_1 = x_{10} + \xi b_1 \Delta x_1 \\ x_2 = x_{20} + \mu b_2 \Delta x_2. \\ x_3 = x_{30} + \zeta b_3 \Delta x_3 \end{cases}$$

4. Координаты опытов крутого восхождения, выраженные в натуральных значениях факторов, равны:

$$а) \begin{cases} x_1^h = x_{10} + h\mu \frac{b_1}{b} \Delta x_1 \\ x_2^h = x_{20} + h\mu \frac{b_2}{b} \Delta x_2 ; \\ x_3^h = x_{30} + h\mu \frac{b_3}{b} \Delta x_3 \end{cases}$$

$$б) \begin{cases} x_1^h = x_{10} + h\mu \Delta x_1 \\ x_2^h = x_{20} + h\mu \Delta x_2 ; \\ x_3^h = x_{30} + h\mu \Delta x_3 \end{cases}$$

$$в) \begin{cases} x_1^h = x_{10} + h\mu b b_1 \Delta x_1 \\ x_2^h = x_{20} + h\mu b b_2 \Delta x_2 , \\ x_3^h = x_{30} + h\mu b b_3 \Delta x_3 \end{cases}$$

где  $0.7 \leq \mu \leq 0.9$ ,  $b = \max|b_r|$ ,  $r = 1, 2, 3$ .

### 3.4. Ортогональное центральное композиционное планирование

1. Многофакторное ортогонализированное уравнение регрессии второго порядка имеет следующий вид ( $k$  – число факторов):

$$а) Y = b_0 + \sum_{r=1}^k b_r X_r + \sum_{\substack{r=1 \\ r < s}}^k b_{rs} X_r X_s + \sum_{r=1}^k b_{rr} X_r^2 ;$$

$$б) Y = b_0 + \sum_{r=1}^k b_r X_r + \sum_{r=1}^k b_{rr} (X_r^2 - \lambda_k) ;$$

$$в) Y = b_0 + \sum_{r=1}^k b_r X_r + \sum_{\substack{r=1 \\ r < s}}^k b_{rs} X_r X_s + \sum_{r=1}^k b_{rr} (X_r^2 - \lambda_k) .$$

2. Максимальное число генерирующих соотношений  $g$  для построения многофакторного уравнения регрессии второго порядка находится из неравенства ( $k$  – число факторов):

$$а) g < 1 + k - \frac{\lg[k(k+1)]}{\lg 2} ;$$

$$б) g < k - \frac{\lg k}{\lg 2} ;$$

$$в) g < k + 1 - \frac{\lg[k(k-1)]}{\lg 2} .$$

3. Общее количество опытов ОЦКП равно:

$$а) N_k = 2^{k-g} + 2k + 2 ;$$

$$б) N_k = N_{kg} + 2k + 1 ;$$

$$в) N_k = 2^{k-g} + 2k + 1 ;$$

$$г) N_k = N_{k0} + 2k + 1 .$$

4. Ортогонализирующий коэффициент  $\lambda_k$  для многофакторного ортогонализированного уравнения регрессии второго порядка рассчитывается следующим образом:

$$а) \lambda_k = \frac{N_{k0}}{N_k} ;$$

$$б) \lambda_k = \sqrt{\frac{N_{k0}}{N_k}} ;$$

$$в) \lambda_k = \sqrt{\frac{N_{kg}}{N_k}};$$

$$г) \lambda_k = \sqrt{N_k N_{k0}}.$$

5. Величина звездного плеча многофакторного ортогонализированного уравнения регрессии второго порядка рассчитывается следующим образом:

$$а) \alpha_k = \frac{\sqrt{N_k \cdot N_{k0}} - N_{k0}}{2};$$

$$б) \alpha_k = \sqrt{\frac{\sqrt{N_k \cdot N_{k0}} - N_{k0}}{2}};$$

$$в) \alpha_k = \sqrt{\frac{\sqrt{N_k} - N_{kg}}{2}};$$

$$г) \alpha_k^2 = \frac{\sqrt{N_k \cdot N_{kg}} - N_{kg}}{2}.$$

6. ОЦКП для  $k = 2$  имеет следующий вид:

а)

| $N_2$ | $X_0$ | $X_1$ | $X_2$ | $X_1 X_2$ | $X_1^2 - 0.333$ | $X_2^2 - 0.333$ |
|-------|-------|-------|-------|-----------|-----------------|-----------------|
| 1     | +     | -     | -     | +         | 0.667           | 0.667           |
| 2     | +     | +     | -     | -         | 0.667           | 0.667           |
| 3     | +     | -     | +     | -         | 0.667           | 0.667           |
| 4     | +     | +     | +     | +         | 0.667           | 0.667           |
| 5     | +     | -     | 0     | 0         | 0.667           | -0.333          |
| 6     | +     | +     | 0     | 0         | 0.667           | -0.333          |
| 7     | +     | 0     | -     | 0         | -0.333          | 0.667           |
| 8     | +     | 0     | +     | 0         | -0.333          | 0.667           |
| 9     | +     | 0     | 0     | 0         | -0.333          | -0.333          |

61

б)

| $N_2$ | $X_0$ | $X_1$ | $X_2$ | $X_1 X_2$ | $X_1^2 - 0.667$ | $X_2^2 - 0.667$ |
|-------|-------|-------|-------|-----------|-----------------|-----------------|
| 1     | +     | -     | -     | +         | 0.333           | 0.333           |
| 2     | +     | +     | -     | -         | 0.333           | 0.333           |
| 3     | +     | -     | +     | -         | 0.333           | 0.333           |
| 4     | +     | +     | +     | +         | 0.333           | 0.333           |
| 5     | +     | -     | 0     | 0         | 0.333           | -0.667          |
| 6     | +     | +     | 0     | 0         | 0.333           | -0.667          |
| 7     | +     | 0     | -     | 0         | -0.667          | 0.333           |
| 8     | +     | 0     | +     | 0         | -0.667          | 0.333           |
| 9     | +     | 0     | 0     | 0         | -0.667          | -0.667          |

в)

| $N_2$ | $X_0$ | $X_1$ | $X_2$ | $X_1 X_2$ | $X_1^2 - 0.667$ | $X_2^2 - 0.667$ |
|-------|-------|-------|-------|-----------|-----------------|-----------------|
| 1     | +     | -     | -     | +         | 0.333           | 0.333           |
| 2     | +     | +     | -     | -         | 0.333           | 0.333           |
| 3     | +     | -     | +     | -         | 0.333           | 0.333           |
| 4     | +     | +     | +     | +         | 0.333           | 0.333           |
| 5     | +     | -     | 0     | 0         | 0.667           | -0.667          |
| 6     | +     | +     | 0     | 0         | 0.667           | -0.667          |
| 7     | +     | 0     | -     | 0         | -0.667          | 0.667           |
| 8     | +     | 0     | +     | 0         | -0.667          | 0.667           |
| 9     | +     | 0     | 0     | 0         | -0.667          | -0.667          |

7. ОЦКП для  $k = 3$  имеет следующий вид:

а)

| $N_3$ | $X_0$ | $X_1$ | $X_2$ | $X_3$ | $X_1 X_2$ | $X_1 X_3$ | $X_2 X_3$ | $X_1^2 - 0.7303$ | $X_2^2 - 0.7303$ | $X_3^2 - 0.7303$ |
|-------|-------|-------|-------|-------|-----------|-----------|-----------|------------------|------------------|------------------|
| 1     | +     | -     | -     | -     | +         | +         | +         | 0.2697           | 0.2697           | 0.2697           |
| 2     | +     | +     | -     | -     | -         | -         | +         | 0.2697           | 0.2697           | 0.2697           |
| 3     | +     | -     | +     | -     | -         | +         | -         | 0.2697           | 0.2697           | 0.2697           |
| 4     | +     | +     | +     | -     | +         | -         | -         | 0.2697           | 0.2697           | 0.2697           |
| 5     | +     | -     | -     | +     | +         | -         | -         | 0.2697           | 0.2697           | 0.2697           |
| 6     | +     | +     | -     | +     | -         | +         | -         | 0.2697           | 0.2697           | 0.2697           |
| 7     | +     | -     | +     | +     | -         | -         | +         | 0.2697           | 0.2697           | 0.2697           |
| 8     | +     | +     | +     | +     | +         | +         | +         | 0.2697           | 0.2697           | 0.2697           |
| 9     | +     | -     | 0     | 0     | 0         | 0         | 0         | 0.7469           | -0.7303          | -0.7303          |
| 10    | +     | +     | 0     | 0     | 0         | 0         | 0         | 0.7469           | -0.7303          | -0.7303          |
| 11    | +     | 0     | -     | 0     | 0         | 0         | 0         | -0.7303          | 0.7469           | -0.7303          |
| 12    | +     | 0     | +     | 0     | 0         | 0         | 0         | -0.7303          | 0.7469           | -0.7303          |
| 13    | +     | 0     | 0     | -     | 0         | 0         | 0         | -0.7303          | -0.7303          | 0.7469           |
| 14    | +     | 0     | 0     | +     | 0         | 0         | 0         | -0.7303          | -0.7303          | 0.7469           |
| 15    | +     | 0     | 0     | 0     | 0         | 0         | 0         | -0.7303          | -0.7303          | -0.7303          |

62

б)

| $N_3$ | $X_0$ | $X_1$   | $X_2$   | $X_3$   | $X_1X_2$ | $X_1X_3$ | $X_2X_3$ | $X_1^2 - 0.7303$ | $X_2^2 - 0.730$ | $X_3^2 - 0.7303$ |
|-------|-------|---------|---------|---------|----------|----------|----------|------------------|-----------------|------------------|
| 1     | +     | -       | -       | -       | +        | +        | +        | 0.2697           | 0.2697          | 0.2697           |
| 2     | +     | +       | -       | -       | -        | -        | +        | 0.2697           | 0.2697          | 0.2697           |
| 3     | +     | -       | +       | -       | -        | +        | -        | 0.2697           | 0.2697          | 0.2697           |
| 4     | +     | +       | +       | -       | +        | -        | -        | 0.2697           | 0.2697          | 0.2697           |
| 5     | +     | -       | -       | +       | +        | -        | -        | 0.2697           | 0.2697          | 0.2697           |
| 6     | +     | +       | -       | +       | -        | +        | -        | 0.2697           | 0.2697          | 0.2697           |
| 7     | +     | -       | +       | +       | -        | -        | +        | 0.2697           | 0.2697          | 0.2697           |
| 8     | +     | +       | +       | +       | +        | +        | +        | 0.2697           | 0.2697          | 0.2697           |
| 9     | +     | -1.2154 | 0       | 0       | 0        | 0        | 0        | 0.7469           | -0.7303         | -0.7303          |
| 10    | +     | +1.2154 | 0       | 0       | 0        | 0        | 0        | 0.7469           | -0.7303         | -0.7303          |
| 11    | +     | 0       | -1.2154 | 0       | 0        | 0        | 0        | -0.7303          | 0.7469          | -0.7303          |
| 12    | +     | 0       | +1.2154 | 0       | 0        | 0        | 0        | -0.7303          | 0.7469          | -0.7303          |
| 13    | +     | 0       | 0       | -1.2154 | 0        | 0        | 0        | -0.7303          | -0.7303         | 0.7469           |
| 14    | +     | 0       | 0       | +1.2154 | 0        | 0        | 0        | -0.7303          | -0.7303         | 0.7469           |
| 15    | +     | 0       | 0       | 0       | 0        | 0        | 0        | -0.7303          | -0.7303         | -0.7303          |

в)

| $N_3$ | $X_0$ | $X_1$   | $X_2$   | $X_3$   | $X_1X_2$ | $X_1X_3$ | $X_2X_3$ | $X_1^2 - 0.7303$ | $X_2^2 - 0.730$ | $X_3^2 - 0.7303$ |
|-------|-------|---------|---------|---------|----------|----------|----------|------------------|-----------------|------------------|
| 1     | +     | -       | -       | -       | +        | +        | +        | 0.2697           | 0.2697          | 0.2697           |
| 2     | +     | +       | -       | -       | -        | -        | +        | 0.2697           | 0.2697          | 0.2697           |
| 3     | +     | -       | +       | -       | -        | +        | -        | 0.2697           | 0.2697          | 0.2697           |
| 4     | +     | +       | +       | -       | +        | -        | -        | 0.2697           | 0.2697          | 0.2697           |
| 5     | +     | -       | -       | +       | +        | -        | -        | 0.2697           | 0.2697          | 0.2697           |
| 6     | +     | +       | -       | +       | -        | +        | -        | 0.2697           | 0.2697          | 0.2697           |
| 7     | +     | -       | +       | +       | -        | -        | +        | 0.2697           | 0.2697          | 0.2697           |
| 8     | +     | +       | +       | +       | +        | +        | +        | 0.2697           | 0.2697          | 0.2697           |
| 9     | +     | -1.2154 | 0       | 0       | 0        | 0        | 0        | 0.7469           | 0.7303          | 0.7303           |
| 10    | +     | +1.2154 | 0       | 0       | 0        | 0        | 0        | 0.7469           | 0.7303          | 0.7303           |
| 11    | +     | 0       | -1.2154 | 0       | 0        | 0        | 0        | 0.7303           | 0.7469          | 0.7303           |
| 12    | +     | 0       | +1.2154 | 0       | 0        | 0        | 0        | 0.7303           | 0.7469          | 0.7303           |
| 13    | +     | 0       | 0       | -1.2154 | 0        | 0        | 0        | 0.7303           | 0.7303          | 0.7469           |
| 14    | +     | 0       | 0       | +1.2154 | 0        | 0        | 0        | 0.7303           | 0.7303          | 0.7469           |
| 15    | +     | 0       | 0       | 0       | 0        | 0        | 0        | 0.7303           | 0.7303          | 0.7303           |

63

8. Для плана ОЦКП суммы  $\sum_{j=1}^{N_k} X_{0j}^2$ ,  $\sum_{j=1}^{N_k} X_{rj}^2$ ,  $\sum_{j=1}^{N_k} (X_{rj} X_{sj})^2$ ,

$\sum_{j=1}^{N_k} (X_{0j}^2 - \lambda_k)^2$  рассчитываются следующим образом:

а)  $\sum_{j=1}^{N_k} X_{0j}^2 = N_k$ ,  $\sum_{j=1}^{N_k} X_{rj}^2 = \sqrt{N_{k0} N_k}$ ,  
 $\sum_{j=1}^{N_k} (X_{rj} X_{sj})^2 = N_{k0}$ ,  $\sum_{j=1}^{N_k} (X_{0j}^2 - \lambda_k)^2 = 2\alpha_k^4$ ;

б)  $\sum_{j=1}^{N_k} X_{0j}^2 = \sqrt{N_k}$ ,  $\sum_{j=1}^{N_k} X_{rj}^2 = N_{k0} N_k$ ,  
 $\sum_{j=1}^{N_k} (X_{rj} X_{sj})^2 = \sqrt{N_{k0}}$ ,  $\sum_{j=1}^{N_k} (X_{0j}^2 - \lambda_k)^2 = 2\alpha_k^2$ ;

в)  $\sum_{j=1}^{N_k} X_{0j}^2 = N_k$ ,  $\sum_{j=1}^{N_k} X_{rj}^2 = \sqrt{N_{kg} N_k}$ ,  
 $\sum_{j=1}^{N_k} (X_{rj} X_{sj})^2 = N_{kg}$ ,  $\sum_{j=1}^{N_k} (X_{0j}^2 - \lambda_k)^2 = 2\alpha_k^4$ ;

г)  $\sum_{j=1}^{N_k} X_{0j}^2 = N_{kg}$ ,  $\sum_{j=1}^{N_k} X_{rj}^2 = N_k$ ,  
 $\sum_{j=1}^{N_k} (X_{rj} X_{sj})^2 = N_{kg}^2$ ,  $\sum_{j=1}^{N_k} (X_{0j}^2 - \lambda_k)^2 = 2$ .

64

9. Для многофакторного ортогонализированного уравнения регрессии второго порядка коэффициент  $b_0$  рассчитывается следующим образом:

$$a) b_0 = \frac{\sum_{j=1}^{N_k} X_{0j} \bar{Y}_j}{\sum_{j=1}^{N_k} X_{0j}};$$

$$б) b_0 = \frac{\sum_{j=1}^{N_k} \bar{Y}_j}{\sum_{j=1}^{N_k} X_{0j}^2};$$

$$в) b_0 = \frac{\sum_{j=1}^{N_k} X_{0j} \bar{Y}_j}{\sum_{j=1}^{N_k} X_{0j}^2}.$$

10. Для многофакторного ортогонализированного уравнения регрессии второго порядка коэффициенты  $b_r$  рассчитываются следующим образом:

$$a) b_r = \frac{\sum_{j=1}^{N_k} \bar{Y}_j}{\sum_{j=1}^{N_k} X_{rj}^2};$$

$$б) b_r = \frac{\sum_{j=1}^{N_k} X_{rj} \bar{Y}_j}{\sum_{j=1}^{N_k} X_{rj}^2};$$

$$в) b_r = \frac{\sum_{j=1}^{N_k} X_{rj}^2 \bar{Y}_j}{\sum_{j=1}^{N_k} X_{rj}^2}.$$

11. Для многофакторного ортогонализированного уравнения регрессии второго порядка коэффициенты  $b_{rs}$  рассчитываются следующим образом:

$$a) b_{rs} = \frac{\sum_{j=1}^{N_k} \bar{Y}_j}{\sum_{j=1}^{N_k} (X_{rj} X_{sj})^2};$$

$$б) b_{rs} = \frac{\sum_{j=1}^{N_k} (X_{rj} X_{sj})^2 \bar{Y}_j}{\sum_{j=1}^{N_k} (X_{rj} X_{sj})^2};$$

$$в) b_{rs} = \frac{\sum_{j=1}^{N_k} (X_{rj} X_{sj}) \bar{Y}_j}{\sum_{j=1}^{N_k} (X_{rj} X_{sj})^2}.$$

12. Для многофакторного ортогонализированного уравнения регрессии второго порядка коэффициенты  $b_{rr}$  рассчитываются следующим образом:

$$a) b_{rr} = \frac{\sum_{j=1}^{N_k} (X_{rj}^2 - \lambda_k) \bar{Y}_j}{\sum_{j=1}^{N_k} (X_{rj}^2 - \lambda_k)^2};$$

$$б) b_{rr} = \frac{\sum_{j=1}^{N_k} (X_{rj}^2 - \lambda_k) \bar{Y}_j}{\sum_{j=1}^{N_k} (X_{rj}^2 - \lambda_k)};$$

$$в) b_{rr} = \frac{\sum_{j=1}^{N_k} X_{rj}^2 \bar{Y}_j}{\sum_{j=1}^{N_k} (X_{rj}^2 - \lambda_k)^2}.$$

13. Дисперсия значимости коэффициента  $b_0$  многофакторного ортогонализированного уравнения регрессии второго порядка рассчитывается следующим образом:

$$a) S^2(b_0) = \frac{S_{\text{воспр}}^2}{nN_{k0}};$$

$$б) S^2(b_0) = \frac{S_{\text{воспр}}^2}{nN_k};$$

$$в) S^2(b_0) = \frac{S_{\text{воспр}}^2}{n \sum_{j=1}^{N_k} X_{0j}^2}.$$

14. Дисперсии значимости коэффициента  $b_r$  многофакторного ортогонализированного уравнения регрессии второго порядка рассчитываются следующим образом:

$$a) S^2(b_r) = \frac{S_{\text{воспр}}^2}{nN_{k0}};$$

$$б) S^2(b_r) = \frac{S_{\text{воспр}}^2}{n \sum_{j=1}^{N_k} X_{rj}^2};$$

$$в) S^2(b_r) = \frac{S_{\text{воспр}}^2}{n \sqrt{N_{k0} N_k}}.$$

15. Дисперсии значимости коэффициентов  $b_{rs}$  многофакторного ортогонализированного уравнения регрессии второго порядка рассчитываются следующим образом:

$$a) S(b_{rs}) = \frac{S_{\text{воспр}}}{nN_{k0}};$$

$$б) S^2(b_{rs}) = \frac{S_{\text{воспр}}^2}{nN_k};$$

$$в) S^2(b_{rs}) = \frac{S_{\text{воспр}}^2}{n \sum_{\substack{j=1 \\ r < s}}^{N_k} (X_{rj} X_{sj})^2}.$$

16. Дисперсии значимости коэффициентов  $b_{rr}$  многофакторного ортогонализированного уравнения регрессии второго порядка рассчитываются следующим образом:

$$а) S^2(b_{rr}) = \frac{S_{\text{воспр}}^2}{n \sum_{j=1}^N (X_{rj}^2 - \lambda_k)^2};$$

$$б) S^2(b_{rr}) = \frac{S_{\text{воспр}}^2}{nN_k};$$

$$в) S^2(b_{rr}) = \frac{S_{\text{воспр}}^2}{2n\alpha_k^4}.$$

17. Предельная абсолютная погрешность  $\Delta Y(X_1, \dots, X_k)$  параметра  $Y$ , рассчитанного по многофакторному ортогонализированному уравнению регрессии второго порядка, рассчитывается следующим образом:

$$а) \Delta Y(X_1, \dots, X_k) = t_{N_k(n-1), p} \frac{S_{\text{воспр}}^2}{nN_k} \sqrt{1 + \sum_{r=1}^k X_r^2 + \sum_{\substack{r=1, \\ r < s}}^k (X_r X_s)^2 + \sum_{r=1}^k (X_r^2 - \lambda_k)^2};$$

$$б) \Delta Y(X_1, \dots, X_k) = t_{N_k(n-1), p} \frac{S_{\text{воспр}}}{\sqrt{nN_k}} \sqrt{1 + \sum_{r=1}^k X_r^2 + \sum_{\substack{r=1, \\ r < s}}^k (X_r X_s)^2 + \sum_{r=1}^k (X_r^2 - \lambda_k)^2};$$

$$в) \Delta Y(X_1, \dots, X_k) = t_{N_k(n-1), p} \sqrt{S^2(b_0) + S^2(b_1) \sum_{r=1}^k X_r^2 + S^2(b_{12}) \sum_{\substack{r=1, \\ r < s}}^k (X_r X_s)^2 + S^2(b_{11}) \sum_{r=1}^k (X_r^2 - \lambda_k)^2}.$$

18. Для двухфакторного уравнения регрессии второго порядка  $Y = 25.0 - 12.0X_1 + 10.0X_2 - 15.0(X_1^2 - 0.667) - 10.0(X_2^2 - 0.667)$  оптимальные значения факторов  $X_{1 \text{ опт}}$ ,  $X_{2 \text{ опт}}$  и параметра  $Y_{\text{max}}$  равны:

$$а) X_{1 \text{ опт}} = -\sqrt{0.667}, X_{2 \text{ опт}} = \sqrt{0.667}, Y_{\text{max}} = 43.0;$$

$$б) X_{1 \text{ опт}} = -0.400, X_{2 \text{ опт}} = 0.500, Y_{\text{max}} = 46.6;$$

$$в) X_{1 \text{ опт}} = -1.00, X_{2 \text{ опт}} = 1.00, Y_{\text{min}} = 38.7.$$

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Анализ результатов применения тестовых заданий в качестве «инструмента» для оценки эффективности процесса обучения в период 2008–2010 гг. позволил сделать несколько выводов: при работе с тестовыми заданиями у студентов повышается внимание, тренируется память, усиливается стремление к улучшению результата, совершенствуется самоконтроль. Специфика тестового контроля побуждает студентов сопоставлять свои ответы с текстами учебников, позволяет разрешить сомнения и выделить правильный ответ, который хорошо запоминается ввиду особой сосредоточенности внимания. Оптимальное время работы с тестовыми заданиями составляет, как показала практика, 15–30 минут.

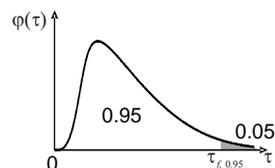
Следует отметить, что тестовый контроль как «инструмент» не безупречен и имеет целый ряд недостатков. Тестовый контроль следует понимать, прежде всего, как метод измерения интеллектуальных возможностей человека в конкретной области знаний. Этот метод, направленный как на оценку абсолютного уровня знаний, так и тезауруса студентов по конкретной учебной дисциплине, находится на начальной стадии своего теоретического обоснования. В настоящее время тестовые задания составляются преимущественно на основе опыта и интуиции, а также некоторых эмпирических правил, может быть, и верных. Однако, не вызывает сомнения то, что со временем будут созданы научные основы конструирования тестовых заданий, в основе которых будут использованы положения теории вероятностей, математической статистики, теории множеств, а также психологические закономерности процессов обучения и творчества. Поэтому развитие теории и методологии тестирования должно быть направлено не на опровержение тестового контроля как «инструмента», способствующего совершенствованию образовательных программ, а на повышение его эффективности в решении важных задач, претворяемых в жизнь высшей школой – подготовке специалистов высшей квалификации для народного хозяйства страны.

## РЕКОМЕНДУЕМАЯ ЛИТЕРАТУРА

1. Леонов, А. Н. Основы научных исследований и моделирования : учебно-методический комплекс / А. Н. Леонов, М. М. Дечко, В. Б. Ловкис. – Минск : БГАТУ, 2010. – 276 с.
2. Нагорский, И. С. Основы научных исследований: пособие по изучению дисциплины. В 4-х ч. Ч. 1, 2 / И. С. Нагорский. – Минск : БГАТУ, 2006. – 132 с.
3. Нагорский, И. С. Методические указания для выполнения курсовой работы по дисциплине «Основы научных исследований» / И. С. Нагорский. – Минск : БГАТУ, 2004. – 28 с.
4. Саутин, С. Н. Планирование эксперимента в химии и химической технологии / С. Н. Саутин. – Л. : Химия, 1975. – 48 с.
5. Адлер, Ю. П. Планирование эксперимента при поиске оптимальных условий / Ю. П. Адлер, Е. В. Маркова, Ю. В. Грановский. – Москва : Наука, 1971. – 279 с.

## Приложение 1. Критерий Смирнова–Грabbса

Критические значения критерия Смирнова–Грabbса  $\tau_{f,p}$  при числе степеней свободы  $f$  и доверительной вероятности  $p = 0.95$  (уровень значимости  $\alpha = 0.05$  – односторонний критерий).



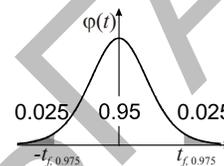
$$\tau = \max \left| \frac{Y_i - \bar{Y}}{S} \right|$$

| $f$ | $\tau_{f,0.95}$ |
|-----|-----------------|
| 1   | 1.412           |
| 2   | 1.689           |
| 3   | 1.869           |
| 4   | 1.996           |
| 5   | 2.093           |
| 6   | 2.172           |
| 7   | 2.238           |
| 8   | 2.294           |
| 9   | 2.343           |
| 10  | 2.387           |
| 11  | 2.426           |
| 12  | 2.461           |
| 13  | 2.494           |
| 14  | 2.523           |
| 15  | 2.551           |
| 16  | 2.577           |
| 17  | 2.601           |
| 18  | 2.623           |
| 19  | 2.644           |
| 20  | 2.664           |
| 21  | 2.683           |
| 22  | 2.701           |
| 23  | 2.718           |
| 24  | 2.734           |
| 25  | 2.749           |

| $f$ | $\tau_{f,0.95}$ |
|-----|-----------------|
| 26  | 2.764           |
| 27  | 2.778           |
| 28  | 2.792           |
| 29  | 2.805           |
| 30  | 2.818           |
| 31  | 2.830           |
| 32  | 2.842           |
| 33  | 2.853           |
| 34  | 2.864           |
| 35  | 2.874           |
| 36  | 2.885           |
| 37  | 2.894           |
| 38  | 2.904           |
| 39  | 2.913           |
| 40  | 2.922           |
| 41  | 2.931           |
| 42  | 2.940           |
| 43  | 2.948           |
| 44  | 2.956           |
| 45  | 2.964           |
| 46  | 2.972           |
| 47  | 2.980           |
| 48  | 2.987           |
| 49  | 2.994           |
| 50  | 3.001           |

## Приложение 2. Критерий Стьюдента

Критические значения критерия Стьюдента  $t_{f,p}$  при числе степеней свободы  $f$  и доверительной вероятности  $p = 0.95$  (уровень значимости  $\alpha = 0.025$  – двухсторонний критерий).



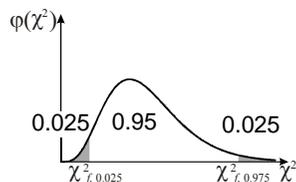
$$t = \frac{(\bar{Y} - \mu)\sqrt{n}}{S}$$

| $f$ | $t_{f,0.95}$ | $t_{n-1,0.95}/\sqrt{n}$ | $n$ |
|-----|--------------|-------------------------|-----|
| 1   | 12.706       | 8.985                   | 2   |
| 2   | 4.303        | 2.484                   | 3   |
| 3   | 3.182        | 1.591                   | 4   |
| 4   | 2.776        | 1.242                   | 5   |
| 5   | 2.571        | 1.049                   | 6   |
| 6   | 2.447        | 0.925                   | 7   |
| 7   | 2.365        | 0.836                   | 8   |
| 8   | 2.306        | 0.769                   | 9   |
| 9   | 2.262        | 0.715                   | 10  |
| 10  | 2.228        | 0.672                   | 11  |
| 11  | 2.201        | 0.635                   | 12  |
| 12  | 2.179        | 0.604                   | 13  |
| 13  | 2.160        | 0.577                   | 14  |
| 14  | 2.145        | 0.554                   | 15  |
| 15  | 2.131        | 0.533                   | 16  |
| 16  | 2.120        | 0.514                   | 17  |
| 17  | 2.110        | 0.497                   | 18  |
| 18  | 2.101        | 0.482                   | 19  |
| 19  | 2.093        | 0.468                   | 20  |
| 20  | 2.086        | 0.455                   | 21  |
| 21  | 2.080        | 0.443                   | 22  |
| 22  | 2.074        | 0.432                   | 23  |
| 23  | 2.069        | 0.422                   | 24  |
| 24  | 2.064        | 0.413                   | 25  |
| 25  | 2.060        | 0.404                   | 26  |
| 26  | 2.056        | 0.396                   | 27  |
| 27  | 2.052        | 0.388                   | 28  |
| 28  | 2.048        | 0.380                   | 29  |
| 29  | 2.045        | 0.373                   | 30  |
| 30  | 2.042        | 0.367                   | 31  |
| 31  | 2.040        | 0.361                   | 32  |
| 32  | 2.037        | 0.355                   | 33  |
| 33  | 2.035        | 0.349                   | 34  |
| 34  | 2.032        | 0.344                   | 35  |
| 35  | 2.030        | 0.338                   | 36  |

| $f$      | $t_{f,0.95}$ | $t_{n-1,0.95}/\sqrt{n}$ | $n$      |
|----------|--------------|-------------------------|----------|
| 36       | 2.028        | 0.333                   | 37       |
| 37       | 2.026        | 0.329                   | 38       |
| 38       | 2.024        | 0.324                   | 39       |
| 39       | 2.023        | 0.320                   | 40       |
| 40       | 2.021        | 0.316                   | 41       |
| 41       | 2.020        | 0.312                   | 42       |
| 42       | 2.018        | 0.308                   | 43       |
| 43       | 2.017        | 0.304                   | 44       |
| 44       | 2.015        | 0.300                   | 45       |
| 45       | 2.014        | 0.297                   | 46       |
| 46       | 2.013        | 0.294                   | 47       |
| 47       | 2.012        | 0.290                   | 48       |
| 48       | 2.011        | 0.287                   | 49       |
| 49       | 2.010        | 0.284                   | 50       |
| 50       | 2.009        | 0.281                   | 51       |
| 51       | 2.008        | 0.278                   | 52       |
| 52       | 2.007        | 0.276                   | 53       |
| 53       | 2.006        | 0.273                   | 54       |
| 54       | 2.005        | 0.270                   | 55       |
| 55       | 2.004        | 0.268                   | 56       |
| 56       | 2.003        | 0.265                   | 57       |
| 57       | 2.002        | 0.263                   | 58       |
| 58       | 2.002        | 0.261                   | 59       |
| 59       | 2.001        | 0.258                   | 60       |
| 60       | 2.000        | 0.256                   | 61       |
| 61       | 2.000        | 0.254                   | 62       |
| 62       | 1.999        | 0.252                   | 63       |
| 63       | 1.998        | 0.250                   | 64       |
| 64       | 1.998        | 0.248                   | 65       |
| 65       | 1.997        | 0.246                   | 66       |
| 66       | 1.997        | 0.244                   | 67       |
| 67       | 1.996        | 0.242                   | 68       |
| 68       | 1.995        | 0.240                   | 69       |
| 69       | 1.995        | 0.238                   | 70       |
| $\infty$ | 1.960        | 0                       | $\infty$ |

### Приложение 3. Критерий Пирсона

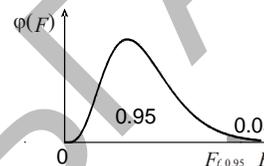
Критические значения критерия Пирсона  $\chi^2_{f,p}$  при числе степеней свободы  $f$  и доверительной вероятности  $p = 0.95$  (уровень значимости  $\alpha = 0.025$  – двухсторонний критерий).



$$\chi^2 = \frac{(n-1)S^2}{\sigma^2}$$

### Приложение 4. Критерий Фишера

Критические значения критерия Фишера  $F_{f_1, f_2, p}$  при числе степеней свободы  $f_1$  и  $f_2$  и доверительной вероятности  $p = 0.95$  (уровень значимости  $\alpha = 0.05$  – односторонний критерий)



$$F = \frac{\max(S_1^2, S_2^2)}{\min(S_1^2, S_2^2)}$$

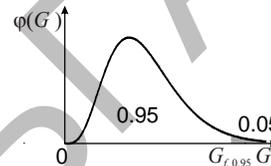
| $f$ | $\chi^2_{f, 0.975}$ | $\chi^2_{f, 0.025}$ |
|-----|---------------------|---------------------|
| 1   | 0.000982            | 5.024               |
| 2   | 0.0506              | 7.378               |
| 3   | 0.216               | 9.348               |
| 4   | 0.484               | 11.143              |
| 5   | 0.831               | 12.833              |
| 6   | 1.237               | 14.449              |
| 7   | 1.690               | 16.013              |
| 8   | 2.180               | 17.535              |
| 9   | 2.700               | 19.023              |
| 10  | 3.247               | 20.483              |
| 11  | 3.816               | 21.920              |
| 12  | 4.404               | 23.337              |
| 13  | 5.009               | 24.736              |
| 14  | 5.629               | 26.119              |
| 15  | 6.262               | 27.488              |
| 16  | 6.908               | 28.845              |
| 17  | 7.564               | 30.191              |
| 18  | 8.231               | 31.526              |
| 19  | 8.907               | 32.852              |
| 20  | 9.591               | 34.170              |
| 21  | 10.283              | 35.479              |
| 22  | 10.982              | 36.781              |
| 23  | 11.689              | 38.076              |
| 24  | 12.401              | 39.364              |
| 25  | 13.120              | 40.646              |
| 26  | 13.844              | 41.923              |
| 27  | 14.573              | 43.195              |
| 28  | 15.308              | 44.461              |
| 29  | 16.047              | 45.722              |
| 30  | 16.791              | 46.979              |

| $f$ | $\chi^2_{f, 0.975}$ | $\chi^2_{f, 0.025}$ |
|-----|---------------------|---------------------|
| 31  | 17.539              | 48.232              |
| 32  | 18.291              | 49.480              |
| 33  | 19.047              | 50.725              |
| 34  | 19.806              | 51.966              |
| 35  | 20.569              | 53.203              |
| 36  | 21.336              | 54.437              |
| 37  | 22.106              | 55.668              |
| 38  | 22.878              | 56.896              |
| 39  | 23.654              | 58.120              |
| 40  | 24.433              | 59.342              |
| 41  | 25.215              | 60.561              |
| 42  | 25.999              | 61.777              |
| 43  | 26.785              | 62.990              |
| 44  | 27.575              | 64.201              |
| 45  | 28.366              | 65.410              |
| 46  | 29.160              | 66.617              |
| 47  | 29.956              | 67.821              |
| 48  | 30.755              | 69.023              |
| 49  | 31.555              | 70.222              |
| 50  | 32.357              | 71.420              |
| 51  | 33.162              | 72.616              |
| 52  | 33.968              | 73.810              |
| 53  | 34.776              | 75.002              |
| 54  | 35.586              | 76.192              |
| 55  | 36.398              | 77.380              |
| 56  | 37.212              | 78.567              |
| 57  | 38.027              | 79.752              |
| 58  | 38.844              | 80.936              |
| 59  | 39.662              | 82.117              |
| 60  | 40.482              | 83.298              |

| $f_2$ | $f_1$ |       |       |       |       |       |       |       |       |       |       |       |       |       |       |       |       |
|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
|       | 1     | 2     | 3     | 4     | 5     | 6     | 7     | 8     | 9     | 10    | 11    | 12    | 13    | 14    | 15    | 16    | 17    |
| 1     | 161.4 | 199.5 | 215.7 | 224.6 | 230.2 | 234.0 | 236.8 | 238.9 | 240.5 | 241.9 | 243.0 | 243.9 | 244.7 | 245.4 | 245.9 | 246.5 | 246.9 |
| 2     | 18.51 | 19.00 | 19.16 | 19.25 | 19.30 | 19.33 | 19.35 | 19.37 | 19.38 | 19.40 | 19.40 | 19.41 | 19.42 | 19.42 | 19.43 | 19.43 | 19.44 |
| 3     | 10.13 | 9.552 | 9.277 | 9.117 | 9.013 | 8.941 | 8.887 | 8.845 | 8.812 | 8.786 | 8.763 | 8.745 | 8.729 | 8.715 | 8.703 | 8.692 | 8.683 |
| 4     | 7.709 | 6.944 | 6.591 | 6.388 | 6.256 | 6.163 | 6.094 | 6.041 | 5.999 | 5.964 | 5.936 | 5.912 | 5.891 | 5.873 | 5.858 | 5.844 | 5.832 |
| 5     | 6.608 | 5.786 | 5.409 | 5.192 | 5.050 | 4.950 | 4.876 | 4.818 | 4.772 | 4.735 | 4.704 | 4.678 | 4.655 | 4.636 | 4.619 | 4.604 | 4.590 |
| 6     | 5.987 | 5.143 | 4.757 | 4.534 | 4.387 | 4.284 | 4.207 | 4.147 | 4.099 | 4.060 | 4.027 | 4.000 | 3.976 | 3.956 | 3.938 | 3.922 | 3.908 |
| 7     | 5.591 | 4.737 | 4.347 | 4.120 | 3.972 | 3.866 | 3.787 | 3.726 | 3.677 | 3.637 | 3.603 | 3.575 | 3.550 | 3.529 | 3.511 | 3.494 | 3.480 |
| 8     | 5.318 | 4.459 | 4.066 | 3.838 | 3.687 | 3.581 | 3.500 | 3.438 | 3.388 | 3.347 | 3.313 | 3.284 | 3.259 | 3.237 | 3.218 | 3.202 | 3.187 |
| 9     | 5.117 | 4.256 | 3.863 | 3.633 | 3.482 | 3.374 | 3.293 | 3.230 | 3.179 | 3.137 | 3.102 | 3.073 | 3.048 | 3.025 | 3.006 | 2.989 | 2.974 |
| 10    | 4.965 | 4.103 | 3.708 | 3.478 | 3.326 | 3.217 | 3.135 | 3.072 | 3.020 | 2.978 | 2.943 | 2.913 | 2.887 | 2.865 | 2.845 | 2.828 | 2.812 |
| 11    | 4.844 | 3.982 | 3.587 | 3.357 | 3.204 | 3.095 | 3.012 | 2.948 | 2.896 | 2.854 | 2.818 | 2.788 | 2.761 | 2.739 | 2.719 | 2.701 | 2.685 |
| 12    | 4.747 | 3.885 | 3.490 | 3.259 | 3.106 | 2.996 | 2.913 | 2.849 | 2.796 | 2.753 | 2.717 | 2.687 | 2.660 | 2.637 | 2.617 | 2.599 | 2.583 |
| 13    | 4.667 | 3.806 | 3.411 | 3.179 | 3.025 | 2.915 | 2.832 | 2.767 | 2.714 | 2.671 | 2.635 | 2.604 | 2.577 | 2.554 | 2.533 | 2.515 | 2.499 |
| 14    | 4.600 | 3.739 | 3.344 | 3.112 | 2.958 | 2.848 | 2.764 | 2.699 | 2.646 | 2.602 | 2.565 | 2.534 | 2.507 | 2.484 | 2.463 | 2.445 | 2.428 |
| 15    | 4.543 | 3.682 | 3.287 | 3.056 | 2.901 | 2.790 | 2.707 | 2.641 | 2.588 | 2.544 | 2.507 | 2.475 | 2.448 | 2.424 | 2.403 | 2.385 | 2.368 |
| 16    | 4.494 | 3.634 | 3.239 | 3.007 | 2.852 | 2.741 | 2.657 | 2.591 | 2.538 | 2.494 | 2.456 | 2.425 | 2.397 | 2.373 | 2.352 | 2.333 | 2.317 |
| 17    | 4.451 | 3.592 | 3.197 | 2.965 | 2.810 | 2.699 | 2.614 | 2.548 | 2.494 | 2.450 | 2.413 | 2.381 | 2.353 | 2.329 | 2.308 | 2.289 | 2.272 |
| 18    | 4.414 | 3.555 | 3.160 | 2.928 | 2.773 | 2.661 | 2.577 | 2.510 | 2.456 | 2.412 | 2.374 | 2.342 | 2.314 | 2.290 | 2.269 | 2.250 | 2.233 |
| 19    | 4.381 | 3.522 | 3.127 | 2.895 | 2.740 | 2.628 | 2.544 | 2.477 | 2.423 | 2.378 | 2.340 | 2.308 | 2.280 | 2.256 | 2.234 | 2.215 | 2.198 |
| 20    | 4.351 | 3.493 | 3.098 | 2.866 | 2.711 | 2.599 | 2.514 | 2.447 | 2.393 | 2.348 | 2.310 | 2.278 | 2.250 | 2.225 | 2.203 | 2.184 | 2.167 |
| 21    | 4.325 | 3.467 | 3.072 | 2.840 | 2.685 | 2.573 | 2.488 | 2.420 | 2.366 | 2.321 | 2.283 | 2.250 | 2.222 | 2.197 | 2.176 | 2.156 | 2.139 |
| 22    | 4.301 | 3.443 | 3.049 | 2.817 | 2.661 | 2.549 | 2.464 | 2.397 | 2.342 | 2.297 | 2.259 | 2.226 | 2.198 | 2.173 | 2.151 | 2.131 | 2.114 |
| 23    | 4.279 | 3.422 | 3.028 | 2.796 | 2.640 | 2.528 | 2.442 | 2.375 | 2.320 | 2.275 | 2.236 | 2.204 | 2.175 | 2.150 | 2.128 | 2.109 | 2.091 |
| 24    | 4.260 | 3.403 | 3.009 | 2.776 | 2.621 | 2.508 | 2.423 | 2.355 | 2.300 | 2.255 | 2.216 | 2.183 | 2.155 | 2.130 | 2.108 | 2.088 | 2.070 |
| 25    | 4.242 | 3.385 | 2.991 | 2.759 | 2.603 | 2.490 | 2.405 | 2.337 | 2.282 | 2.236 | 2.198 | 2.165 | 2.136 | 2.111 | 2.089 | 2.069 | 2.051 |
| 26    | 4.225 | 3.369 | 2.975 | 2.743 | 2.587 | 2.474 | 2.388 | 2.321 | 2.265 | 2.220 | 2.181 | 2.148 | 2.119 | 2.094 | 2.072 | 2.052 | 2.034 |
| 27    | 4.210 | 3.354 | 2.960 | 2.728 | 2.572 | 2.459 | 2.373 | 2.305 | 2.250 | 2.204 | 2.166 | 2.132 | 2.103 | 2.078 | 2.056 | 2.036 | 2.018 |
| 28    | 4.196 | 3.340 | 2.947 | 2.714 | 2.558 | 2.445 | 2.359 | 2.291 | 2.235 | 2.190 | 2.151 | 2.117 | 2.088 | 2.064 | 2.041 | 2.021 | 2.003 |
| 29    | 4.183 | 3.328 | 2.934 | 2.701 | 2.545 | 2.432 | 2.346 | 2.278 | 2.222 | 2.177 | 2.138 | 2.104 | 2.075 | 2.050 | 2.027 | 2.007 | 1.989 |
| 30    | 4.171 | 3.316 | 2.922 | 2.690 | 2.534 | 2.421 | 2.334 | 2.266 | 2.210 | 2.165 | 2.126 | 2.092 | 2.063 | 2.037 | 2.015 | 1.995 | 1.976 |
| 31    | 4.160 | 3.305 | 2.911 | 2.679 | 2.523 | 2.409 | 2.323 | 2.255 | 2.199 | 2.153 | 2.114 | 2.080 | 2.051 | 2.025 | 2.003 | 1.983 | 1.965 |
| 32    | 4.149 | 3.295 | 2.901 | 2.668 | 2.512 | 2.399 | 2.313 | 2.244 | 2.188 | 2.142 | 2.103 | 2.070 | 2.040 | 2.015 | 1.992 | 1.972 | 1.953 |
| 33    | 4.139 | 3.285 | 2.892 | 2.659 | 2.503 | 2.389 | 2.303 | 2.235 | 2.179 | 2.133 | 2.093 | 2.060 | 2.030 | 2.004 | 1.982 | 1.961 | 1.943 |
| 34    | 4.130 | 3.276 | 2.883 | 2.650 | 2.494 | 2.380 | 2.294 | 2.225 | 2.170 | 2.123 | 2.084 | 2.050 | 2.021 | 1.995 | 1.972 | 1.952 | 1.933 |

| $f_2$ | $f_1$ |       |       |       |       |       |       |       |       |       |       |       |       |       |       |       |       |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|
|       | 18    | 19    | 20    | 21    | 22    | 23    | 24    | 25    | 26    | 27    | 28    | 29    | 30    | 31    | 32    | 33    | 34    |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| 1     | 247.3 | 247.7 | 248.0 | 248.3 | 248.6 | 248.8 | 249.1 | 249.3 | 249.5 | 249.6 | 249.8 | 250.0 | 250.1 | 250.2 | 250.4 | 250.5 | 250.6 |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| 2     | 19.44 | 19.44 | 19.45 | 19.45 | 19.45 | 19.45 | 19.45 | 19.46 | 19.46 | 19.46 | 19.46 | 19.46 | 19.46 | 19.46 | 19.46 | 19.47 | 19.47 |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| 3     | 8.675 | 8.667 | 8.660 | 8.654 | 8.648 | 8.643 | 8.639 | 8.634 | 8.630 | 8.626 | 8.623 | 8.620 | 8.617 | 8.614 | 8.611 | 8.609 | 8.606 |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| 4     | 5.821 | 5.811 | 5.803 | 5.795 | 5.787 | 5.781 | 5.774 | 5.769 | 5.763 | 5.759 | 5.754 | 5.750 | 5.746 | 5.742 | 5.739 | 5.735 | 5.732 |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| 5     | 4.579 | 4.568 | 4.558 | 4.549 | 4.541 | 4.534 | 4.527 | 4.521 | 4.515 | 4.510 | 4.505 | 4.500 | 4.496 | 4.492 | 4.488 | 4.484 | 4.481 |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| 6     | 3.896 | 3.884 | 3.874 | 3.865 | 3.856 | 3.849 | 3.841 | 3.835 | 3.829 | 3.823 | 3.818 | 3.813 | 3.808 | 3.804 | 3.800 | 3.796 | 3.792 |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| 7     | 3.467 | 3.455 | 3.445 | 3.435 | 3.426 | 3.418 | 3.410 | 3.404 | 3.397 | 3.391 | 3.386 | 3.381 | 3.376 | 3.371 | 3.367 | 3.363 | 3.359 |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| 8     | 3.173 | 3.161 | 3.150 | 3.140 | 3.131 | 3.123 | 3.115 | 3.108 | 3.102 | 3.095 | 3.090 | 3.084 | 3.079 | 3.075 | 3.070 | 3.066 | 3.062 |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| 9     | 2.960 | 2.948 | 2.936 | 2.926 | 2.917 | 2.908 | 2.900 | 2.893 | 2.886 | 2.880 | 2.874 | 2.869 | 2.864 | 2.859 | 2.854 | 2.850 | 2.846 |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| 10    | 2.798 | 2.785 | 2.774 | 2.764 | 2.754 | 2.745 | 2.737 | 2.730 | 2.723 | 2.716 | 2.710 | 2.705 | 2.700 | 2.695 | 2.690 | 2.686 | 2.681 |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| 11    | 2.671 | 2.658 | 2.646 | 2.636 | 2.626 | 2.617 | 2.609 | 2.601 | 2.594 | 2.588 | 2.582 | 2.576 | 2.570 | 2.565 | 2.561 | 2.556 | 2.552 |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| 12    | 2.568 | 2.555 | 2.544 | 2.533 | 2.523 | 2.514 | 2.505 | 2.498 | 2.491 | 2.484 | 2.478 | 2.472 | 2.466 | 2.461 | 2.456 | 2.452 | 2.447 |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| 13    | 2.484 | 2.471 | 2.459 | 2.448 | 2.438 | 2.429 | 2.420 | 2.412 | 2.405 | 2.398 | 2.392 | 2.386 | 2.380 | 2.375 | 2.370 | 2.366 | 2.361 |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| 14    | 2.413 | 2.400 | 2.388 | 2.377 | 2.367 | 2.357 | 2.349 | 2.341 | 2.333 | 2.326 | 2.320 | 2.314 | 2.308 | 2.303 | 2.298 | 2.293 | 2.289 |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| 15    | 2.353 | 2.340 | 2.328 | 2.316 | 2.306 | 2.297 | 2.288 | 2.280 | 2.272 | 2.265 | 2.259 | 2.253 | 2.247 | 2.241 | 2.236 | 2.232 | 2.227 |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| 16    | 2.302 | 2.288 | 2.276 | 2.264 | 2.254 | 2.244 | 2.235 | 2.227 | 2.220 | 2.212 | 2.206 | 2.200 | 2.194 | 2.188 | 2.183 | 2.178 | 2.174 |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| 17    | 2.257 | 2.243 | 2.230 | 2.219 | 2.208 | 2.199 | 2.190 | 2.181 | 2.174 | 2.167 | 2.160 | 2.154 | 2.148 | 2.142 | 2.137 | 2.132 | 2.127 |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| 18    | 2.217 | 2.203 | 2.191 | 2.179 | 2.168 | 2.159 | 2.150 | 2.141 | 2.134 | 2.126 | 2.119 | 2.113 | 2.107 | 2.102 | 2.096 | 2.091 | 2.087 |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| 19    | 2.182 | 2.168 | 2.155 | 2.144 | 2.133 | 2.123 | 2.114 | 2.106 | 2.098 | 2.090 | 2.084 | 2.077 | 2.071 | 2.066 | 2.060 | 2.055 | 2.050 |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| 20    | 2.151 | 2.137 | 2.124 | 2.112 | 2.102 | 2.092 | 2.082 | 2.074 | 2.066 | 2.059 | 2.052 | 2.045 | 2.039 | 2.033 | 2.028 | 2.023 | 2.018 |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| 21    | 2.123 | 2.109 | 2.096 | 2.084 | 2.073 | 2.063 | 2.054 | 2.045 | 2.037 | 2.030 | 2.023 | 2.016 | 2.010 | 2.004 | 1.999 | 1.994 | 1.989 |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| 22    | 2.098 | 2.084 | 2.071 | 2.059 | 2.048 | 2.038 | 2.028 | 2.020 | 2.012 | 2.004 | 1.997 | 1.990 | 1.984 | 1.978 | 1.973 | 1.968 | 1.963 |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| 23    | 2.075 | 2.061 | 2.048 | 2.036 | 2.025 | 2.014 | 2.005 | 1.996 | 1.988 | 1.981 | 1.973 | 1.967 | 1.961 | 1.955 | 1.949 | 1.944 | 1.939 |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| 24    | 2.054 | 2.040 | 2.027 | 2.015 | 2.003 | 1.993 | 1.984 | 1.975 | 1.967 | 1.959 | 1.952 | 1.945 | 1.939 | 1.933 | 1.927 | 1.922 | 1.917 |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| 25    | 2.035 | 2.021 | 2.007 | 1.995 | 1.984 | 1.974 | 1.964 | 1.955 | 1.947 | 1.939 | 1.932 | 1.926 | 1.919 | 1.913 | 1.908 | 1.902 | 1.897 |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| 26    | 2.018 | 2.003 | 1.990 | 1.978 | 1.966 | 1.956 | 1.946 | 1.938 | 1.929 | 1.921 | 1.914 | 1.907 | 1.901 | 1.895 | 1.889 | 1.884 | 1.879 |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| 27    | 2.002 | 1.987 | 1.974 | 1.961 | 1.950 | 1.940 | 1.930 | 1.921 | 1.913 | 1.905 | 1.898 | 1.891 | 1.884 | 1.878 | 1.872 | 1.867 | 1.862 |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| 28    | 1.987 | 1.972 | 1.959 | 1.946 | 1.935 | 1.924 | 1.915 | 1.906 | 1.897 | 1.889 | 1.882 | 1.875 | 1.869 | 1.863 | 1.857 | 1.851 | 1.846 |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| 29    | 1.973 | 1.958 | 1.945 | 1.932 | 1.921 | 1.910 | 1.901 | 1.891 | 1.883 | 1.875 | 1.868 | 1.861 | 1.854 | 1.848 | 1.842 | 1.837 | 1.832 |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| 30    | 1.960 | 1.945 | 1.932 | 1.919 | 1.908 | 1.897 | 1.887 | 1.878 | 1.870 | 1.862 | 1.854 | 1.847 | 1.841 | 1.835 | 1.829 | 1.823 | 1.818 |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| 31    | 1.948 | 1.933 | 1.920 | 1.907 | 1.896 | 1.885 | 1.875 | 1.866 | 1.857 | 1.849 | 1.842 | 1.835 | 1.828 | 1.822 | 1.816 | 1.811 | 1.805 |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| 32    | 1.937 | 1.922 | 1.908 | 1.896 | 1.884 | 1.873 | 1.864 | 1.854 | 1.846 | 1.838 | 1.830 | 1.823 | 1.817 | 1.810 | 1.804 | 1.799 | 1.794 |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| 33    | 1.926 | 1.911 | 1.898 | 1.885 | 1.873 | 1.863 | 1.853 | 1.844 | 1.835 | 1.827 | 1.819 | 1.812 | 1.806 | 1.799 | 1.793 | 1.788 | 1.783 |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| 34    | 1.917 | 1.902 | 1.888 | 1.875 | 1.863 | 1.853 | 1.843 | 1.833 | 1.825 | 1.817 | 1.809 | 1.802 | 1.795 | 1.789 | 1.783 | 1.777 | 1.772 |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |

Критические значения критерия Кохрена  $G_{f_1, f_2, p}$  при числе степеней свободы  $f_1$  и  $f_2$  и доверительной вероятности  $p = 0.95$  (уровень значимости  $\alpha = 0.05$  – односторонний критерий).



$$G = \frac{\max S_j^2}{\sum_{j=1}^N S_j^2}$$

| $f_2$ | $f_1$ |       |       |       |       |       |       |
|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
|       | 1     | 2     | 3     | 4     | 5     | 6     | 7     |
| 2     | 0.998 | 0.975 | 0.939 | 0.906 | 0.877 | 0.853 | 0.833 |
| 3     | 0.967 | 0.871 | 0.798 | 0.746 | 0.707 | 0.677 | 0.653 |
| 4     | 0.906 | 0.768 | 0.684 | 0.629 | 0.589 | 0.560 | 0.536 |
| 5     | 0.841 | 0.684 | 0.598 | 0.544 | 0.506 | 0.478 | 0.456 |
| 6     | 0.781 | 0.616 | 0.532 | 0.480 | 0.445 | 0.418 | 0.398 |
| 7     | 0.727 | 0.561 | 0.480 | 0.431 | 0.397 | 0.373 | 0.354 |
| 8     | 0.680 | 0.516 | 0.438 | 0.391 | 0.359 | 0.336 | 0.318 |
| 9     | 0.638 | 0.477 | 0.403 | 0.358 | 0.328 | 0.307 | 0.290 |
| 10    | 0.602 | 0.445 | 0.373 | 0.331 | 0.303 | 0.282 | 0.267 |
| 11    | 0.570 | 0.417 | 0.348 | 0.308 | 0.281 | 0.262 | 0.247 |
| 12    | 0.541 | 0.392 | 0.326 | 0.288 | 0.262 | 0.244 | 0.230 |
| 13    | 0.515 | 0.371 | 0.307 | 0.271 | 0.246 | 0.229 | 0.215 |
| 14    | 0.492 | 0.352 | 0.291 | 0.255 | 0.232 | 0.215 | 0.202 |
| 15    | 0.471 | 0.335 | 0.276 | 0.242 | 0.220 | 0.203 | 0.191 |

| $f_2$ | $f_1$ |       |       |       |       |       |       |
|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
|       | 1     | 2     | 3     | 4     | 5     | 6     | 7     |
| 16    | 0.452 | 0.319 | 0.262 | 0.230 | 0.208 | 0.193 | 0.181 |
| 17    | 0.434 | 0.305 | 0.250 | 0.219 | 0.198 | 0.183 | 0.172 |
| 18    | 0.418 | 0.293 | 0.240 | 0.209 | 0.189 | 0.175 | 0.164 |
| 19    | 0.403 | 0.281 | 0.230 | 0.200 | 0.181 | 0.167 | 0.157 |
| 20    | 0.389 | 0.270 | 0.221 | 0.192 | 0.174 | 0.160 | 0.150 |
| 21    | 0.377 | 0.261 | 0.212 | 0.185 | 0.167 | 0.154 | 0.144 |
| 22    | 0.365 | 0.252 | 0.204 | 0.178 | 0.160 | 0.148 | 0.138 |
| 23    | 0.354 | 0.243 | 0.197 | 0.171 | 0.155 | 0.142 | 0.133 |
| 24    | 0.343 | 0.235 | 0.191 | 0.166 | 0.149 | 0.137 | 0.129 |
| 25    | 0.334 | 0.228 | 0.185 | 0.160 | 0.144 | 0.133 | 0.124 |
| 26    | 0.325 | 0.221 | 0.179 | 0.155 | 0.139 | 0.128 | 0.120 |
| 28    | 0.308 | 0.209 | 0.168 | 0.146 | 0.131 | 0.121 | 0.113 |
| 30    | 0.293 | 0.198 | 0.159 | 0.138 | 0.124 | 0.114 | 0.106 |
| 32    | 0.279 | 0.188 | 0.151 | 0.130 | 0.117 | 0.108 | 0.100 |

ДЛЯ ЗАМЕТОК

Учебное издание

**Леонов** Андрей Николаевич, **Дечко** Михаил Михайлович,  
**Ловкис** Виктор Болеславович, **Воробьев** Николай Александрович

**ОСНОВЫ НАУЧНЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ  
И МОДЕЛИРОВАНИЯ**

*Тестовые задания*

Ответственный за выпуск В. Н. Дашков  
Редактор Ю. П. Каминская  
Компьютерная верстка Ю. П. Каминской

Подписано в печать 07.07.2010. Формат 60×84<sup>1</sup>/<sub>16</sub>. Бумага офсетная.  
Ризография. Усл. печ. л. 4,65. Уч.-изд. л. 3,64. Тираж 125 экз. Заказ 665.

Издатель и полиграфическое исполнение:  
учреждение образования  
«Белорусский государственный аграрный технический университет».  
ЛИ № 02330/0552841 от 14.04.2010.  
ЛП № 02330/0552743 от 02.02.2010.  
Пр-т Независимости, 99-2, 220023, Минск.