

### *Литература*

1. Циммерман М.З. Рабочие органы почвообрабатывающих машин. – М.: Машиностроение, 1978. – 295 с.
2. Синеоков Г.Н., Панов И.М. Теория и расчет почвообрабатывающих машин. – М.: Машиностроение, 1977, - 388 с.
3. Далин А.Д., Павлов П.В. Ротационные грунтообрабатывающие и землеройные машины. – М., Машгиз, 1950. 252 с.
4. Конарев Ф.М. Ротационные почвообрабатывающие машины и орудия. – М.: Машиностроение, 1983, - 142 с.
5. Матяшин И.Н., Гринчук И.М., Егоров Г.М. Расчет и проектирование ротационных почвообрабатывающих машин. – М.: ВО «Агропромиздат», 1988, 176 с.

УДК 631.363

## **ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПАРАМЕТРОВ ВЫНУЖДЕННЫХ КОЛЕБАНИЙ НЕСУЩЕЙ КОНСТРУКЦИИ ШТАНГИ ОПРЫСКИВАТЕЛЯ В ГОРИЗОНТАЛЬНОЙ ПЛОСКОСТИ В ПРОЦЕССЕ ДВИЖЕНИЯ АГРЕГАТА ПО ПОЛЮ**

*Биза Ю.С., Чижарев Ю.В., Крук И.С., Гайдуковский А.И. (БГАТУ)*

*Рассмотрен процесс колебаний штанги в горизонтальной плоскости, источником которых могут быть силы инерции, вызванные резкими изменениями скорости движения агрегата или копированием колес микронеровностей поверхности поля. Получены зависимости для анализа процесса изгиба несущей конструкции штанги и определения частот и амплитуд колебаний в зависимости от ее материала, массы и формы поперечного сечения.*

### **Введение**

Качество технологического процесса внесения пестицидов определяется равномерностью распределения рабочего раствора по поверхности обрабатываемого объекта в продольном и поперечном направлениях. Равномерность внесения определяется не только правильной работой распылителей, но и способностью конструкции штанги и ее крепления обеспечивать плавность хода в вертикальной и горизонтальной плоскостях при гашении возмущений, возникающих вследствие копирования колес опрыскивателя микронеровностей поля и резкими перепадами скорости движения агрегата. В результате чего неравномерность распределения рабочего раствора по обрабатываемой поверхности может достигать 30...135% [1], что влечет за собой снижение эффективности химической защиты и повышение нагрузки на экологию окружающей среды. Поэтому исследования закономерностей процесса колебаний штанги является важным и актуальным и позволяет разработать рациональные системы ее стабилизации.

### **Основная часть**

Рассмотрим горизонтальные колебания штанги, которые происходят в плоскости перпендикулярной вертикальной плоскости, т.е. в плоскости параллельной обрабатываемой земле. Источником таких колебаний могут быть силы инерции при изменении ускорения агрегата и силы, связанные с неровностью поверхности поля, неравномерной работой трансмиссии. Штанга представляет стержневую конструкцию, колебания которой носят сложный характер и поэтому их анализ с математической точки зрения тяжело описать. Будем исследовать упрощенную схему штанги. Рассмотрим штангу как упругий стержень, в двух точках которого сосредоточена масса колеблющихся частей штанги. Такое упрощение конструкции вполне допустимо для получения приближенных результатов. Для удобства плоскость колебаний балки расположим в вертикальной плоскости рис. 1.

Массы сосредоточим в точках  $A$  и  $C$ . Массы колеблющихся грузов будем определять двумя обобщёнными координатами  $y_1$  и  $y_2$ . В общем случае можно считать все связи стационарными и голономными. В этом случае кинетическая энергия определится формулой [1]

$$E_k = \frac{1}{2} (a_{11}\dot{y}_1^2 + 2a_{12}\dot{y}_1\dot{y}_2 + a_{22}\dot{y}_2^2) \quad (1)$$

где  $a_{ii}$  - коэффициенты инерции ( $i = 1, 2$ ), точка над буквой означает производную по времени.

Потенциальная энергия будет

$$E_n = \frac{1}{2} (c_{11}y_1^2 + 2c_{12}y_1y_2 + c_{22}y_2^2) \quad (2)$$

где  $c_{ii}$  ( $i = 1, 2$ ) коэффициенты жесткости.

Составим уравнения Лагранжа 2-го рода

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial E_k}{\partial \dot{y}_1} \right) - \frac{\partial E_k}{\partial y_1} = - \frac{\partial E_n}{\partial y_1} \quad (3)$$

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial E_k}{\partial \dot{y}_2} \right) - \frac{\partial E_k}{\partial y_2} = - \frac{\partial E_n}{\partial y_2} \quad (4)$$

Подставляя (1) – (2) в (3) – (4) получим дифференциальные уравнения свободных колебаний штанги с двумя степенями свободы

$$a_{11}\ddot{y}_1 + a_{12}\ddot{y}_2 + c_{11}y_1 + c_{12}y_2 = 0 \quad (5)$$

$$a_{21}\ddot{y}_1 + a_{22}\ddot{y}_2 + c_{21}y_1 + c_{22}y_2 = 0 \quad (6)$$

Уравнения (5) – (6) являются однородными дифференциальными уравнениями второго порядка с постоянными коэффициентами.

Частные решения данных уравнений можно записать в виде

$$y_1 = A_1 \sin(kt + \beta); \quad y_2 = A_2 \sin(kt + \beta), \quad (7)$$

где  $k$  - собственная частота колебаний;

$\beta$  - начальная фаза

Обозначим отношение обобщённых решений через  $\mu$

$$\frac{y_2}{y_1} = \frac{A_2}{A_1} = \mu \quad (8)$$

То частные решения можно переписать в виде

$$y_1 = A_1 \sin(kt + \beta), \quad y_2 = y_1 \mu = \mu A_1 \sin(kt + \beta). \quad (9)$$

Подставляя (9) в (5) – (6) после несложных преобразований получим

$$(c_{11} - a_{11}k^2) + \mu(c_{12} - a_{12}k^2) = 0. \quad (c_{12} - a_{12}k^2) + \mu(c_{22} - a_{22}k^2) = 0. \quad (10)$$

Исключив из этих уравнений  $\mu$  получим уравнение частот

$$(c_{11} - a_{11}k^2)(c_{22} - a_{22}k^2) - (c_{12} - a_{12}k^2)^2 = 0. \quad (11)$$

Корни данного уравнения  $k_1$  и  $k_2$  определяют частоты колебаний при этом  $k_1$  меньше  $k_2$ . Соответствующие этим частотам колебания называются главными. Частота  $k_1$  называется основной частотой, а ей соответствующее главное колебание – основным колебанием. По подстановке  $k_1$  и  $k_2$  в систему уравнений (10) получим два значения  $\mu$  соответствующие каждому из главных колебаний

$$\mu_1 = - \frac{c_{11} - a_{11}k_1^2}{c_{12} - a_{12}k_1^2} = - \frac{c_{12} - a_{12}k_1^2}{c_{22} - a_{22}k_1^2}, \quad \mu_2 = - \frac{c_{11} - a_{11}k_2^2}{c_{12} - a_{12}k_2^2} = - \frac{c_{12} - a_{12}k_2^2}{c_{22} - a_{22}k_2^2}. \quad (12)$$

где  $\mu_1$  и  $\mu_2$  называются коэффициентами распределения.

Пусть первому главному колебанию соответствуют обобщённые координаты  $y_1^1$  и  $y_2^1$ , а второму главному колебанию –  $y_1^2$  и  $y_2^2$ . Коэффициенты распределения можно записать

$$\frac{y_2^1}{y_1^1} = \frac{A_2^1}{A_1^1} = \mu_1. \quad (13)$$

$$\frac{y_2^2}{y_1^2} = \frac{A_2^2}{A_1^2} = \mu_2. \quad (14)$$

Уравнение, определяющее первое главное колебание с учётом (13) примет вид

$$y_1^1 = A_1^1 \sin(k_1 t + \beta_1), \quad y_2^1 = \mu_1 A_1^1 \sin(k_1 t + \beta_1). \quad (15)$$

Уравнение, определяющее второе главное колебание с учётом (14) примет вид

$$y_1^2 = A_1^2 \sin(k_2 t + \beta_2), \quad y_2^2 = \mu_2 A_1^2 \sin(k_2 t + \beta_2). \quad (16)$$

В уравнениях (15) и (16)  $\beta_1$  и  $\beta_2$  начальные фазы, соответствующие частотам  $k_1$  и  $k_2$ .

Общее решение дифференциальных уравнений (5) и (6) получается путём суммирования частных решений

$$\begin{aligned} y_1 &= y_1^1 + y_1^2 = A_1^1 \sin(k_1 t + \beta_1) + A_1^2 \sin(k_2 t + \beta_2), \\ y_2 &= y_2^1 + y_2^2 = \mu_1 A_1^1 \sin(k_1 t + \beta_1) + \mu_2 A_1^2 \sin(k_2 t + \beta_2). \end{aligned} \quad (17)$$

Четыре произвольные постоянные находятся из начальных условий. Анализ общего решения показывает, что каждое из колебаний является простым гармоническим колебанием, в то время как результирующее движение представляет собой сложное движение, которое является результатом наложения друг на друга главных колебаний различных частот. Поэтому результирующее движение не является простым гармоническим колебанием.

Как отмечалось выше внешним источником колебаний могут быть силы инерции и силы упругости штанги. При рассмотрении движения в обобщённых координатах данные силы тоже будут обобщёнными.

Кинетическая энергия штанги в данном случае согласно (1) будет

$$E_k = \frac{1}{2}(m_1 \dot{y}_1^2 + m_2 \dot{y}_2^2), \quad (18)$$

где  $m_1$  и  $m_2$  есть коэффициенты инерции т.е.  $a_{11} = m_1$ ;  $a_{22} = m_2$ ;  $a_{12} = 0$ .

Для построения уравнений колебаний рассмотрим задачу об изгибе штанги под действием единичной нагрузки (силы инерции) приложенной на расстоянии от защемлённого конца штанги (рис. 2). Дифференциальное уравнение изогнутой оси штанги в нашем случае имеет вид

$$EJ \frac{d^2 y}{dx^2} = M(x), \quad (19)$$

где  $E$  – модуль упругости штанги;

$J$  – момент инерции поперечного сечения;

$M(x)$  – изгибающий момент от единичной силы.

Значение изгибающего момента запишем для произвольного сечения на расстоянии  $x$  от начала координат, тогда будем иметь

$$M(x) = -1(\xi - x). \quad (20)$$

Дифференциальное уравнение изогнутой оси штанги примет вид

$$EJ \frac{d^2 y}{dx^2} = -(\xi - x). \quad (21)$$

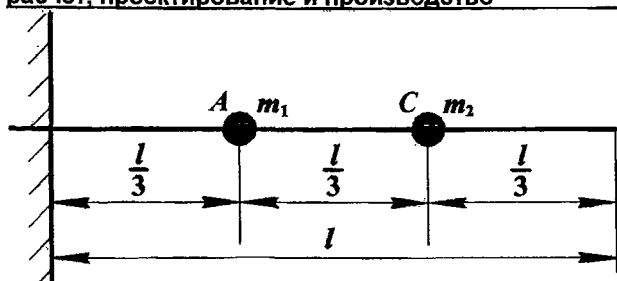


Рисунок 1 – Схема колебаний штанги.

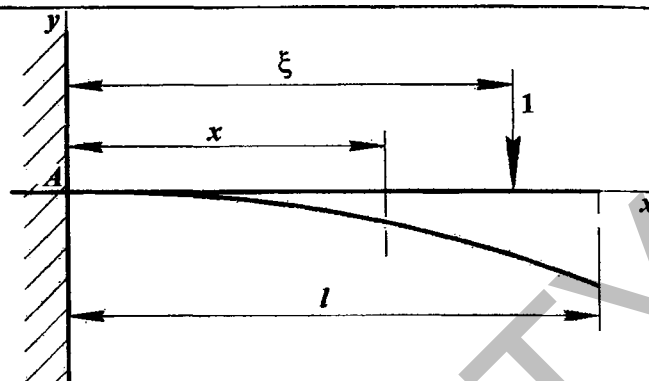


Рисунок 2 – Колебания штанги под действием единичной силы.

После первого интегрирования данного уравнения будем иметь

$$EJy' = -(\xi x - \frac{x^2}{2}) + C. \quad (22)$$

После второго интегрирования получим

$$EJy = -(\frac{\xi x^2}{2} - \frac{x^3}{6}) + Cx + D. \quad (23)$$

Постоянные  $C$  и  $D$  определяются из условий заземления штанги т.е. зависят от вида связей штанги с оловом опрыскивателя. В нашем случае (жёсткого заземления) можно считать

$$x = 0; y = 0; \frac{dy}{dx} = y' = 0. \quad (24)$$

Подставив эти значения в выражения (22) и (23) получим, что  $C = 0$  и  $D = 0$ .

Тогда из уравнения (23) по подстановке постоянных получим уравнение изогнутой оси штанги

$$y = -\frac{1}{EJ} (\frac{\xi x^2}{2} - \frac{x^3}{6}). \quad (25)$$

Данное решение будем использовать в определении коэффициентов влияния, которые равны числовому значению координаты  $y_1(y_2)$  в положении равновесия, когда все обобщённые силы равны нулю, кроме силы соответствующей данной обобщённой координате, при этом сама сила, как об этом было сказано выше, равна единице. В нашей задаче удобнее использовать коэффициенты влияния вместо коэффициентов жёсткости, которые требуют знание потенциальных сил.

Используя формулу (25) найдём абсолютные значения прогибов балки от единичной вертикальной силы. Силу будем последовательно прикладывать в точках, где сосредоточены массы штанги. Масса  $m_1$  сосредоточена в точке  $x_1 = \frac{l}{3}$ , масса  $m_2$  – в точке  $x_2 = \frac{2l}{3}$ .

В случае  $\xi_1 = x_1$  коэффициент влияния  $\alpha_{11}$  согласно формулы (25) будет

$$\alpha_{11} = |y_1^1| = \frac{l^3}{81EJ}. \quad (26)$$

В случае  $x_1 = \frac{l}{3}$ ;  $\xi_2 = \frac{2l}{3}$  коэффициент влияния  $\alpha_{12} = \alpha_{21}$  будет

$$\alpha_{12} = |y_1^2| = \frac{5l^3}{162EJ}. \quad (27)$$

Для обобщённой координаты  $y_2$  в случае  $x_2 = \xi_2 = \frac{2l}{3}$ , получим коэффициент влияния  $\alpha_{22}$ . Имеем

$$\alpha_{22} = |y_2^2| = \frac{8l^3}{81EJ}. \quad (28)$$

Уравнения (3) с учётом коэффициентов влияния можно переписать так

$$y_1 = -\alpha_{11}a_{11}\ddot{y}_1 - \alpha_{12}a_{22}\ddot{y}_2, \quad y_2 = -\alpha_{21}a_{11}\ddot{y}_1 - \alpha_{22}a_{22}\ddot{y}_2. \quad (29)$$

Здесь учтено, что коэффициент инерции  $a_{12} = 0$ . Так как  $a_{11} = m_1$ ;  $a_{22} = m_2$ , то уравнения (29) перепишем в виде

$$y_1 = -\alpha_{11}m_1\ddot{y}_1 - \alpha_{12}m_2\ddot{y}_2, \quad y_2 = -\alpha_{21}m_1\ddot{y}_1 - \alpha_{22}m_2\ddot{y}_2. \quad (30)$$

Решение полученных дифференциальных уравнений будем искать согласно (7) в виде

$$y_1 = A_1 \sin(kt + \beta). \quad (31)$$

$$y_2 = A_2 \sin(kt + \beta).$$

Рассмотрим отношение

$$\frac{y_2}{y_1} = \frac{A_2}{A_1} = \mu. \quad (32)$$

Откуда

$$A_2 = \mu A_1. \quad (33)$$

Продифференцировав два раза систему уравнений (31) с учётом (33) получим

$$\ddot{y}_1 = -k^2 A_1 \sin(kt + \beta), \quad \ddot{y}_2 = -k^2 \mu A_1 \sin(kt + \beta). \quad (34)$$

Из уравнений (34) с учётом (30) можно получить два линейных уравнения для определения частоты и коэффициента распределения

$$(\alpha_{11} + \mu\alpha_{12})mk^2 = 1, \quad (\alpha_{12} + \mu\alpha_{22})mk^2 = \mu. \quad (35)$$

Из данных уравнений можно получить уравнение частот, исключив из них  $\mu$

$$k^4 - Nk^2 + L = 0, \quad (36)$$

где 
$$N = \frac{\alpha_{11} + \alpha_{22}}{m(\alpha_{11}\alpha_{22} - \alpha_{12}^2)}, \quad L = \frac{1}{m^2(\alpha_{11}\alpha_{22} - \alpha_{12}^2)}. \quad (37)$$

Подставим в (36) вместо  $\alpha_{ij}$  коэффициенты влияния полученные в (26) – (28), получим

$$k^4 - N'k^2 + L' = 0, \quad (38)$$

где 
$$N' = 416,57 \frac{EJg}{Gl^3}, \quad L' = 3749,14 \frac{E^2 J^2 g^2}{G^2 l^6}. \quad (39)$$

Решение данного уравнения приводит к определению его корней

$$k^2 = 208,28 \frac{EJg}{Gl^3} \pm 199,14 \frac{EJg}{Gl^3}. \quad (40)$$

Откуда

$$k_1 = 3,02 \sqrt{\frac{EJg}{Gl^3}} = 3,02 \sqrt{\frac{EJ}{ml^3}}, \quad k_2 = 20,2 \sqrt{\frac{EJg}{Gl^3}} = 20,2 \sqrt{\frac{EJ}{ml^3}}. \quad (41)$$

Как следует из полученных выражений, частоты колебаний штанги зависят от упругих свойств материала, момента инерции, массы и длины.

Для получения форм главных колебаний, значения собственных частот  $k_1$  и  $k_2$  подставим в (12), откуда получим соответствующие коэффициенты распределения

$$\mu_1 = \frac{1 - k_1^2 m \alpha_{11}}{k_1^2 m \alpha_{12}} = 3,14. \quad (42)$$

$$\mu_2 = \frac{1 - k_2^2 m \alpha_{11}}{k_2^2 m \alpha_{12}} = -0,32. \quad (43)$$

На рисунках 3 и 4 показаны первые две формы главных колебаний

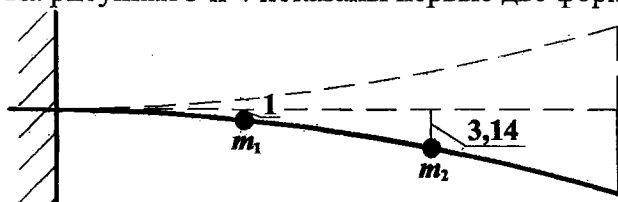


Рисунок 3 – Первое главное колебание.

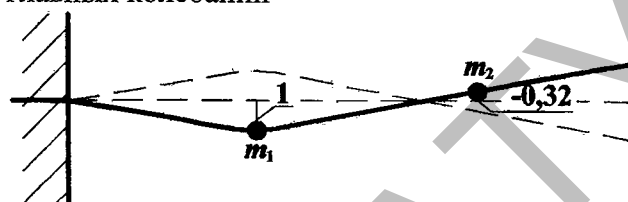


Рисунок 4 – Второе главное колебание.

### Заключение

Рассмотрены горизонтальные колебания штанги, источником которых могут быть силы инерции связанные с равноускоренным (равнозамедленным) движением агрегата, микронеровностями поверхности поля и т.д. Для упрощения математического решения задачи сложная конструкция штанги представляется в виде однородной упругой балки. В предположении, что основная масса штанги сосредоточена в двух точках, колебания штанги рассматриваются с двумя степенями свободы. Уравнение колебаний штанги строится с помощью уравнения Лагранжа II-го рода. Для исключения из решения потенциальных сил определяются коэффициенты распределения, которые характеризуют главные колебания штанги. В этом случае колебания двух частей штанги будут иметь разный частотный и амплитудный характер (формулы (41) – (43)), который соответствует работе штанги в полевых условиях. Формулы (25), (41) – (43) служат для анализа изгиба штанги и определения частот и амплитуд в зависимости от материала штанги, массы, формы поперечного сечения.

### Литература

1. Тарг С.М. Краткий курс теоретической механики: Учеб для вузов.- М.: Высш. шк., 1986. – 416 с.
2. Пановко Я.Г. введение в теорию механических колебаний. Учебное пособие. – М.: Наука, 1980. – 272 с.

УДК 631.31

## ОЦЕНКА ЭКОНОМИЧЕСКОЙ ЭФФЕКТИВНОСТИ ИСПОЛЬЗОВАНИЯ ФРЕЗЕРНЫХ ПОЧВООБРАБАТЫВАЮЩИХ АГРЕГАТОВ

Мащенский А.А., Синкевич П.Н., Бобровник А.И. (БГАТУ)

В настоящее время наиболее распространенным способом механической обработки почвы является вспашка отвальными (лемешными) плугами. Однако после вспашки почва не готова для посева сельскохозяйственных культур вследствие недостаточной степени рыхления пласта, перемешивания его слоев, выравнивания поверхности поля и других факторов.

Поэтому для улучшения качества обработки при подготовке почвы под посев проводятся дополнительные операции – дискование, культивация, боронование, прикатывание и т.д. Многократные проходы МТА по полю, помимо увеличения расхода топлива, вызывают дополнительное уплотнение почвы ходовыми системами агрегатов, снижая урожайность сельскохозяйственных культур. Отметим также, что при вспашке