Литература

1. Тарасик В.П. Интеллектуальные системы управления автотранспортными средствами: Монография / В.П. Тарасик, С.А. Рынкевич. – Мн.: УП “Технопринт”, 2004. – 512 с.: ил.

УДК 629.113.012.3

О МЕХАНИЗМЕ РЕАЛИЗАЦИИ ДВИЖУЩЕЙ СИЛЫ КОЛЕСА

Кузьмицкий А.В. (БГАТУ)

Главной теоретической проблемой механики мобильных машин является проблема движущей силы, под действием которой осуществляется перемещение. Некоторые концептуальные положения, касающиеся нового подхода к механике колеса, были опубликованы автором ранее. Однако постоянно возрастающая роль мобильной энергетики в устойчивом развитии народного хозяйства Республики Беларусь требует дальнейшего исследования в данном направлении.

Очевидно, что необходимым условием движения мобильной машины является крутящий момент на ведущем колесе, под действием которого в контакте колеса с основанием возникает касательная сила, максимальное значение которой определяется как мощностью двигателя, так и физико-механическими свойствами контактирующих поверхностей (силой трения). Считается, что именно эта сила является движущей. Однако при ближайшем рассмотрении данного процесса возникают некоторые вопросы. Дело в том, что, во-первых, сила трения колеса с основанием по своей природе неактивна и по определению не может быть движущей. Во-вторых, в соответствии с теоремой о движении центра масс механической системы “оттолкнуться” от основания можно только изменив расстояние между точкой опоры и центром масс толкаемого тела (например, в случае движения пешехода и т.п.). Но поскольку для мобильной машины это расстояние остаётся неизменным (точка опоры движется вместе с машиной), производная координаты по времени равна нулю (x=*const*, $dx/dt = 0$) и движение в принципе не может быть реализовано. Единственной активной внешней силой, действующей на мобильную машину, является сила тяжести, но проблема в том, что на горизонтальном пути эта сила не совершает работы и согласно установившимся представлениям также не может быть движущей.

Таким образом, задача сводится к моделированию условий, при которых реализуется движение мобильной машины (качение колеса) по эквипотенциальной поверхности, т.е. поверхности равного потенциала.

В соответствии с выдвинутой гипотезой, качение есть результат взаимосвязи процессов в зоне контакта колеса с основанием и в области цапфы. При этом касательная сила лишь создаёт условия, при которых в области цапфы действует внешняя потенциальная сила, движущая мобильную машину. Целью данного доклада является теоретическое исследование условий возникновения и механизма реализации этой силы.

В статье «О потенциальности векторного поля деформатора» (ж-л «Агропанорама», 2008, №2) авторами установлено, что деформационный процесс порождает поле напряжений, обладающее потенциальными свойствами. Полученный результат означает, что на каждую материальную частицу деформируемой среды действует потенциальная сила и, таким образом, вся область деформации способна накапливать (аккумулировать) определенное количество потенциальной энергии. Достигая предельного значения, эта энергия преобразуется в кинетическую, совершая механическую работу (например, кроша и разрушая пласт почвы на отвале плуга и т.п.). Важным с точки зрения основных принципов механики является то, что в потенциальном поле действует закон сохранения энергии и деформируемая среда может рассматриваться как консервативная система, в которой сумма потенциальной и кинетической энергии остается величиной постоянной.

Учитывая, что цапфа также является деформатором по отношению к колесу, можно утверждать, что в указанной системе при определенных условиях также действует закон сохранения энергии. При этом роль касательной силы в контакте с основанием заключается в постоянном пополнении части потерянной вследствие диссипации энергии «колебательного контура».

Согласно указанному закону, изменение кинетической энергии мобильной машины (её перемещение) должно быть связано с изменением других видов энергии соотношением

$$\Delta\left(\Pi + \frac{mv^2}{2}\right) = 0, \qquad (1)$$

где Π – потенциальная энергия;
m – масса мобильной машины;
v – скорость поступательного движения.

При этом нельзя обнаружить каких-либо изменений в окружающих телах, которые могли бы вызвать это перемещение. Единственное, что остаётся сделать, – это заключить, что работа перемещения мобильной машины в гравитационном поле, изменение её кинетической энергии могут иметь место только за счёт особого вида потенциальной энергии, как результат взаимодействия колеса с полем силы тяжести. Рассуждения о том, что движение осуществляется под действием потенциальной энергии накопленной в жидком топливе, которым питается двигатель внутреннего сгорания, лишены физического смысла, как по вышеизложенным причинам, так и по принципу единства и неразрывности протекания процессов преобразования механической энергии во времени.

В пределе, дифференцируя (1), получим

$$d\Pi = -mvdv. \qquad (2)$$

Поступательная скорость мобильной машины v связана с угловой скоростью колеса ω известным соотношением $v = \omega R$, где R – радиус колеса.

Подставляя это выражение скорости в (2) и учитывая, что $\omega = d\alpha/dt$ (α- угол поворота колеса за время t), получим

$$d\Pi = -mR\cdot\omega\cdot dv = -mR\frac{d\alpha}{dt}dv = -mR\cdot d\alpha\frac{dv}{dt}, \text{ или } \qquad \frac{d\Pi}{R\cdot d\alpha} = -m\frac{dv}{dt} = -ma, \qquad (3)$$

где $a = dv/dt$ – ускорение.

В правой части уравнения (3) имеем выражение силы по второму закону Ньютона и, учитывая, что $R{\cdot}d\alpha = ds$, можем записать

$$\frac{d\Pi}{ds} = -F', \qquad (4)$$

где ds – дифференциал дуги окружности;
F' – действующая сила.

Таким образом, классическая концепция исходит из принципа пропорциональности ускорения приложенной силе ($F' = ma$), т.е. для того, чтобы получить движение нужно ***приложить силу***. Но, с другой стороны, из выражения (4) следует, что сама сила есть изменение потенциальной энергии по дуге некоторой окружности. Иначе говоря, достаточно создать условия для подобного изменения и мы ***получим силу***. Данная сила может быть охарактеризована как внешняя потенциальная, поскольку уравнение, её определяющее выведено непосредствснно из закона сохранения энергии.

Формальных противоречий между указанными концепциями не существует, более того, как следует из выражения (3) – между ними знак равенства. Однако по существу вопроса имеем важное различие: по предлагаемой концепции внешняя движущая сила может возникнуть, проявиться при определённых условиях, определяемых уравнением (4).

На эквипотенциальной поверхности $\Pi = const$ и по выражению (4), значение внешней потенциальной силы равно нулю, т.е. мобильная машина находится в покое. И наоборот, чтобы привести её в движение нужно создать условия для изменения потенциальной энергии, т.е. нужна разность потенциалов.

Поскольку сила $\boldsymbol{F'}$ – вектор, определим его направление.

Полную производную от Π по s можно представить в виде

$$\frac{d\Pi}{ds} = \frac{\partial \Pi}{\partial x}\cdot\frac{dx}{ds} + \frac{\partial \Pi}{\partial y}\cdot\frac{dy}{ds} + \frac{\partial \Pi}{\partial z}\cdot\frac{dz}{ds}, \tag{5}$$

где $\frac{\partial \Pi}{\partial x} = -F'_x$, $\frac{\partial \Pi}{\partial y} = -F'_y$, $\frac{\partial \Pi}{\partial z} = -F'_z$ – проекции вектора $\boldsymbol{F'}$ на координатные оси;

$\frac{dx}{ds} = \cos\alpha$, $\frac{dy}{ds} = \cos\beta$, $\frac{dz}{ds} = \cos\gamma$ – направляющие косинусы касательной (проекции единичного вектора τ);

α, β, γ - углы между касательной и осями координат x, y, z.

Тогда с учетом (5) уравнение (4) примет вид

$$F' = -\frac{d\Pi}{ds} = F'_x\cos\alpha + F'_y\cos\beta + F'_z\cos\gamma. \tag{6}$$

В правой части уравнения (6) имеем выражение проекции $F'\tau$ внешней потенциальной силы F' на касательную к дуге (окружности). Но поскольку в данном случае проекция равна самой силе ($F'\tau = |F'|$), заключаем, что и сила F' направлена по касательной к окружности.

Таким образом, угловой потенциал порождает силу, касательную к окружности. Назовём эту окружность окружностью углового потенциала.

Поскольку окружность углового потенциала проводится в плоскости колеса, она представляет собой совокупность материальных частиц (точек), к которым могут быть применены принципы классической механики.

Предположим, что некоторая эквипотенциальная поверхность (на плоскости - окружность) обладает свойством углового потенциала. Теоретически это можно допустить в случае, если указанная поверхность имеет разрыв в точках M с потенциалом U1 и M′ с потенциалом U2 (рис.1). Тогда точке M соответствует дуговая координата s и вектор F(s), а точке M′ - дуговая координата (s+Δs) и вектор F(s+Δs). Распределённые массовые силы учтём с помощью вектора PΔs (здесь P – распределённая сила, отнесенная к единице длины дуги).

Так как отрезок дуги MM′ находится в равновесии, то $F(s+\Delta s) - F(s) + P\Delta s = 0$,

или, деля на Δs и учитывая, что $F(s+\Delta s) - F(s) = \Delta F$ будем иметь $\Delta F/\Delta s + P = 0$.

Переходя к пределу в предположении, что точка M′ стремится по дуге к точке M, получим

$$\frac{dF}{ds} + P = 0. \tag{7}$$

Так как вектор $\boldsymbol{F}$ направлен по касательной, то проекции его на координатные оси x, y, z будут равны

$$F_x = F\frac{dx}{ds};\quad F_y = F\frac{dy}{ds};\quad F_z = F\frac{dz}{ds}; \tag{8}$$

где F – модуль вектора внешней потенциальной силы.

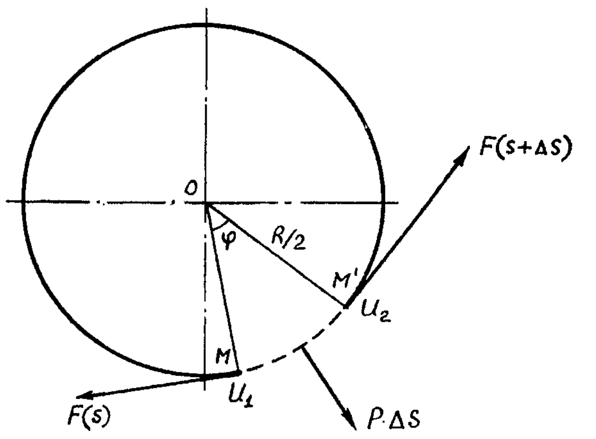

Рисунок 1. Схема к расчету касательной потенциальной силы

Проецируя обе части векторного уравнения (7) на координатные оси *x, y, z,* получим

$$\frac{d}{ds}\left(F\frac{dx}{ds}\right)+P_x=0,\ \frac{d}{ds}\left(F\frac{dy}{ds}\right)+P_y=0,\ \frac{d}{ds}\left(F\frac{dz}{ds}\right)+P_z=0, \tag{9}$$

где P_x, P_y, P_z – проекции силы $\boldsymbol{P}$ на соответствующие координатные оси.

Рассмотрим частный случай параллельных сил. Построим систему координат так, чтобы ось Y была параллельна распределённым силам. Тогда $P_x = 0$ и первое уравнение (9) примет вид

$$\frac{d}{ds}\left(F\frac{dx}{ds}\right)=0,\quad откуда\quad F\frac{dx}{ds}=C_1, \tag{10}$$

где C_1 – константа.

Учитывая, что для окружности $dx/ds = \cos\varphi$, где φ центральный угол между точками разрыва M и M', получим

$$F\cos\varphi=C_1. \tag{11}$$

Таким образом, произведение модуля внешней потенциальной силы на косинус центрального угла области разрыва есть величина постоянная, что в принципе решает задачу о возможности движения мобильной машины по эквипотенциальной поверхности.

Если окружность углового потенциала не имеет разрыва, то для любой её точки $\varphi = 0$ и $\cos\varphi = 1$. Тогда модуль $F = const$. Можно представить данную окружность как центральное сечение сферической оболочки, находящейся под действием внутреннего статического давления. Натяжение оболочки может быть в некоторой степени аналогом приведенной выше потенциальной силы. Но при постоянном модуле нет разности потенциальных сил, следовательно, нет и движущей силы.

Определим форму траектории движения точки в случае разрыва окружности углового потенциала.

По определению $F = grad\Pi$, где $\Pi = \Pi(x,y,z)$ – потенциальная функция. Причём предполагается, что она однозначна и дважды дифференцируема по всем координатам. Для определения её вида вновь обратимся к закону сохранения энергии. С учётом (11):

$$\begin{cases}\Pi\cos\varphi=C,\\ \Pi-C=mv^2/2.\end{cases} \tag{12}$$

Подставляя из первого уравнения во второе $C=\Pi\cos\varphi$, получим $\Pi(1-\cos\varphi)=mv^2/2$, а с учётом того, что по формулам тригонометрии $(1-\cos\varphi)/2=\sin^2(\varphi/2)$, после подстановки и сокращения на величину массы *m*, найдём $v=2\sin(\varphi/2)\sqrt{U}$.

Из уравнения (11) следует, что $П > С$. Принимая во внимание, что на границе между механической системой и средой, проходящей в области цапфы максимальное значение потенциала U можно определить как $U = ga$ (a – радиус образующей окружности), тогда $v = 2a\sin(\varphi/2)\sqrt{g/a}$.

Вводя обозначение, принятое в теории маятника $g/a = \omega^2$, получим выражение, определяющее скорость движения материальной точки по циклоидальной траектории

$$v = \frac{ds}{dt} = 2a\sin(\varphi/2)\omega = 2a\sin(\varphi/2)\frac{d\varphi}{dt} = -4a\frac{d}{dt}\cos\frac{\varphi}{2} \quad . \tag{13}$$

Таким образом, разрыв окружности углового потенциала сопровождается переходом материальной точки (точки контакта цапфы с колесом) на циклоидальную траекторию. Проверим это заключение с помощью уравнения Лагранжа.

В качестве обобщённой координаты здесь удобно взять угол φ поворота окружности, образующей циклоиду (окружности углового потенциала).

Согласно формулам, прямоугольные координаты выражаются через этот угол следующим образом:

$$\begin{aligned} x &= a(\varphi - \sin\varphi), \\ y &= a(1-\cos\varphi), \end{aligned} \tag{14}$$

а производные по координатам будут равны

$$\dot{x} = a(1-\cos\varphi)\varphi^{\cdot}, \qquad ds^2 = a^2(2-2\cos\varphi)d\varphi^2,$$
$$\dot{y} = a\sin\varphi\cdot\varphi^{\cdot}. \qquad ds = 2a\sin\frac{\varphi}{2}d\varphi.$$

Отсюда мы определяем, что кинетическая энергия движущейся материальной точки

$$K = m(\dot{x}^2 + \dot{y}^2)/2 = ma^2(1-\cos\varphi)\dot{\varphi}^2,$$

потенциальная энергия

$$П = mgy = mga(1+\cos\varphi),$$

а функция Лагранжа

$$L = K - П = ma^2(1-\cos\varphi)\dot{\varphi}^2 - mga(1+\cos\varphi). \tag{15}$$

Полученных математических выражений достаточно, чтобы, применяя метод Лагранжа, записать

$$\frac{\partial L}{\partial\dot{\varphi}} = 2ma^2(1-\cos\varphi)\dot{\varphi}, \qquad \frac{\partial L}{\partial\varphi} = ma^2\sin\varphi\dot{\varphi}^2 + mga\sin\varphi, \tag{16}$$
$$\frac{d}{dt}\frac{\partial L}{\partial\dot{\varphi}} = 2ma^2(1-\cos\varphi)\ddot{\varphi} + 2ma^2\sin\varphi\dot{\varphi}^2.$$

Таким образом, дифференциальное уравнение движения запишется в виде

$$(1-\cos\varphi)\ddot{\varphi} + \frac{1}{2}\sin\varphi\dot{\varphi}^2 = \frac{g}{2a}\sin\varphi$$

или, после введения половинного угла и сокращения на $2\sin\frac{\varphi}{2}$,

$$\sin\frac{\varphi}{2}\ddot{\varphi} + \frac{1}{2}\cos\frac{\varphi}{2}\dot{\varphi}^2 = \frac{g}{2a}\cos\frac{\varphi}{2}. \tag{17}$$

Левая часть этого уравнения тождественно равна $-2\frac{d^2}{dt^2}\cos\frac{\varphi}{2}$, т.е.

$$\frac{d^2}{dt^2}\cos\frac{\varphi}{2}=-\frac{g}{4a}\cos\frac{\varphi}{2}. \tag{18}$$

Учитывая, что $\cos\frac{\varphi}{2}=-\frac{dy}{dx}$, умножая обе части на m и с учетом (13), получим

$$m\dot{v}=mg\frac{dy}{ds}=mg\,cos(y,s). \tag{19}$$

Тогда, окончательно, в полном соответствии со вторым законом Ньютона, запишем

$$F_S=mg\,cos(y,s), \tag{20}$$

где F_s и есть движущая сила, численно равная проекции силы тяжести на касательную к (траектории) циклоиде.

Поскольку этот результат получен нами непосредственно из закона сохранения энергии, можно утверждать, что данный закон реализуется в механических системах именно на циклоиде. Но циклоида (равно таутохрона, брахистохрона) есть линия преломления светового луча в среде переменной плотности. В таком случае циклоида есть силовая линия (линия напряжённости) потенциального поля образованная в плоскости качения колеса.

Практически контакт цапфы с колесом осуществляется не в одной точке, а в некоторой области с множеством точек. Каждой точке из указанной области соответствует своя образующая окружность (своя орбита). Чем ближе точка контакта к вертикали, тем меньше радиус образующей окружности. Как следует из выражения (20) движущая сила колеса не постоянна, а изменяется по гармоническому закону, что вполне согласуется с характером осциллограмм, полученных при тензометрировании тягового сопротивления.

Литература

1. Кузьмицкий А.В. Колесо – резервы энергосбережения // Тракторы и сельскохозяйственные машины.– 2001, № 2.
2. Кузьмицкий А.В. Свойство углового потенциала и его влияние на энергетику колеса // Энергообеспечение и энергосбережение в сельском хозяйстве: Труды 3-й Международной научно-технической конференции, Москва, 14-15 мая 2003 г. ГНУ ВИЭСХ, ч. 2: Энергосберегающие технологии в растениеводстве и мобильной энергетике.-М.: ГНУ ВИЭСХ, 2003.–340 с.
3. Шило И.Н., Кузьмицкий А.В., Бетеня Г.Ф., Кузьмицкий Д.А. О потенциальности векторного поля деформатора // Агропанорама.–2008.–№2.–С.3–6.
4. Зоммерфельд А. Механика.– М.: Госиздат. иностр. лит., 1947.– 391с.
5. Тарг С.М. Краткий курс теоретической механики.– М.: Наука, 1968.–С.343.
6. Берман Г.Н. Циклоида.– М.: ОГИЗ, 1948.– С.112.

УДК 621.434.031

РАСЧЕТНАЯ ОПТИМИЗАЦИЯ РЕЖИМНЫХ ПАРАМЕТРОВ УПРАВЛЕНИЯ ТОПЛИВОПОДАЧЕЙ АВТОМОБИЛЬНОГО ДВИГАТЕЛЯ

Поздняков Н.А. (БГАТУ), Солонский М.А. (МГАУ им. В.П. Горячкина), Варфоломеева Т.А. (БГАТУ)

Введение

В последние десятилетия в конструкциях топливоподающих систем дизелей широкое применение получили электроуправляемые форсунки, позволяющие гибко изменять параметры впрыска топлива в зависимости от режима работы двигателя.