На первом этапе развития в стране фермерства практиковалось создание «мини-колхозов». К примеру, в Клецком районе в одном из коллективных хозяйств ряд его членов, выйдя из состава хозяйства, в качестве фермеров получили земельные наделы и объединили их. В состав группы вошли агроном, инженер, ветврач, водители, механизаторы. За счет кредитов были приобретены необходимые техника и оборудование. Западные организации выделили средства на строительство свинарника, зернохранилища, навеса для техники, современного комбикормового завода, покупку племенного молодняка, приобретения современных технологий. К сожалению, в основном по психологическим причинам данное фермерское объединение к настоящему моменту практически не функционирует.

Предпринимались также попытки создания самоокупаемых фермерских кооперативов по производству сельхозпродукции при консультативной и материальной помощи зарубежных (в первую очередь германских) организаций. Однако и они заметных положительных результатов не достигли.

Вряд ли стоит ожидать значительный рост количества фермерских хозяйств и в обозримом будущем. Будут в основном развиваться и укрупняться наиболее успешно функционирующие хозяйства, созданные в начале 90-х годов прошлого столетия. Тем не менее «хоронить» фермерские хозяйства не стоит. Особенно с учетом того, что они наиболее восприимчивы к внедрению инновационных технологий. Необходимо всемерно развивать и поддерживать их. Первоочередной поддержки заслуживают фермеры, которым становится тесно в границах полученных земельных участков и они берут в аренду нерентабельные крупные сельскохозяйственные предприятия, выкупают пустующие производственные помещения и организуют структуры по переработке сельхозпродукции. Таким образом, можно приблизить время, когда, с определенной сменой психологии, созданием «де-факто» необходимых экономических условий, белорусские фермеры заявят о себе в полный голос.

ИССЛЕДОВАНИЕ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ В ПРИМЕНЕНИИ К ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ ЭКОНОМИКЕ

Н.Н. Дедок, *канд. ф.-м. наук, доцент,*
И.М. Морозова, *канд. ф.-м. наук, доцент*
Белорусский государственный аграрный технический университет (г. Минск)

УДК 519.37

Математическое моделирование широко применяется в технике, биологии, экономике и в других областях науки. Теоретическая экономика в своих методиках применяет физические модели для исследования состояния равновесия экономической системы. В данной статье рассматривается качественное исследование системы дифференциальных уравнений второго порядка, которая описывает взаимообусловленные изменения численности двух видов. Что может быть аналогом поведения экономической системы, например, производство - потребление.

Рассмотрим систему дифференциальных уравнений [4]

$$\begin{cases} \dfrac{dx}{dt} = \varepsilon_1 x - \beta z - \gamma_1 x^2, \\ \dfrac{dz}{dt} = \varepsilon_2 z - \gamma_2 z^2 \end{cases} \qquad (1)$$

где $\gamma_1, \gamma_2, \beta$ – положительные константы по смыслу задачи, а также – $x \ge 0$, $z \ge 0$ по той же причине.

Очевидно, что $z = 0$ и $z = \dfrac{\varepsilon_2}{\gamma_2}$ – интегральные прямые, причем последняя при $\varepsilon_2 > 0$ находится в рассматриваемой части фазовой плоскости.

Особый интерес представляет исследование поведения траекторий системы (1) на бесконечности. Применяя преобразование Пуанкаре $x = \frac{1}{\tau}, z = \frac{s}{\tau}$ и вводя параметр $\frac{dt}{t} = dt_1$, получим систему

$$\begin{cases} \frac{ds}{dt_1} = s(\gamma_1 - \gamma_2 s + (\varepsilon_2 - \varepsilon_1)\tau + \beta s \tau), \\ \frac{d\tau}{dt_1} = \tau(\gamma_1 - \varepsilon_1 \tau - \beta s \tau). \end{cases}$$

На оси $\tau = 0$ эта система имеет состояние равновесия P_1 ($s = 0,\ \tau = 0$) с корнями характеристического уравнения $\lambda_1 = \lambda_2 = \gamma_1$ и P_2 ($s = \frac{\gamma_1}{\gamma_2},\ \tau = 0$) с корнями характеристического уравнения $\lambda_1 = \gamma_1, \lambda_2 = -\gamma_1$. Таким образом, P_1 – неустойчивый дикритический узел, а P_2 – седло.

Используя преобразования Пуанкаре $x = \frac{p}{\tau}, z = \frac{1}{\tau}$ и вводя параметр $\frac{dt}{\tau} = dt_1$, получим систему

$$\begin{cases} \frac{dp}{dt_1} = \gamma_2 p - \beta\tau - \gamma_1 p^2 + (\varepsilon_1 - \varepsilon_2)p\tau, \\ \frac{d\tau}{dt_1} = \gamma_2 \tau - \varepsilon_2 \tau^2. \end{cases}$$

Состояние равновесия P_3 ($p = 0,\ \tau = 0$) является неустойчивым дикритическим узлом, так как корни соответствующего характеристического уравнения $\lambda_1 = \lambda_2 = \gamma_2$. Отметим, что в рассматриваемых ниже случаях количество, местоположение и характер состояний равновесия на бесконечности остается неизменным. Обозначим $D = \varepsilon_1^2 - \frac{4\gamma_1\beta\varepsilon_2}{\gamma_2}$.

1. а) Если $D>0$, $\varepsilon_1 > 0, \varepsilon_2 > 0, \varepsilon_1 - \sqrt{D} \geq 0$, то в конечной части фазовой плоскости система (1) имеет четыре состояния равновесия

$O_1(0, 0)$, $O_2(\frac{\varepsilon_1}{\gamma_1}, 0)$, $O_3(\frac{\varepsilon_1 + \sqrt{D}}{2\gamma_1}; \frac{\varepsilon_2}{\gamma_2})$ и $O_4(\frac{\varepsilon_2 - \sqrt{D}}{2\gamma_1}; \frac{\varepsilon_2}{\gamma_2})$.

Корни характеристического λ – уравнения, составленного для этих состояний равновесия, имеют вид:

- для O_1 $\lambda_1 = \varepsilon_1, \lambda_2 = \varepsilon_2$;
- для O_2 $\lambda_1 = -\varepsilon_1, \lambda_2 = \varepsilon_2$;
- для O_3 $\lambda_1 = -\varepsilon_2, \lambda_2 = -\sqrt{D}$;
- для O_4 $\lambda_1 = -\varepsilon_2, \lambda_2 = \sqrt{D}$.

Таким образом, O_1 – неустойчивый узел, O_3 – устойчивый узел, а O_2 и O_4 – седла. Части оси $z = 0$ являются ω – сепаратрисами O_2, одна из α – сепаратрис стремится к O_3. α – сепаратрисами O_4 являются части прямой $z = \frac{\varepsilon_2}{\gamma_2}$, одна из ω – сепаратрис выходит из O_1, а вторая – из P_3.

б) При $\varepsilon_1 > 0, \varepsilon_2 < 0$ система (1) имеет два состояния равновесия O_1 и O_2, причем O_1 – седло, а O_2 – устойчивый узел. ω – сепаратриса O_1 выходит из P_3, α – сепаратриса стремится к O_2.

в) Если $\varepsilon_1 < 0, \varepsilon_2 < 0$, то состояние равновесия O_1 – устойчивый узел.

г) При $D > 0$, $\varepsilon_1 < 0, \varepsilon_2 > 0$, $\varepsilon_1 + \sqrt{D} \geq 0$ существует два состояния равновесия O_1 – седло и O_3 – устойчивый узел. ω – сепаратрисой O_1 является полуось $z = 0$, а α – сепаратриса стремится к O_3.

д) Если $D > 0$, $\varepsilon_1 < 0, \varepsilon_2 > 0$, $\varepsilon_1 + \sqrt{D} < 0$, то существует лишь единственное состояние равновесия O_1 - седло, сепаратрисы которого определяются по полю направлений.

е) При $D > 0$, $\varepsilon_1 > 0, \varepsilon_2 > 0$, $\varepsilon_1 - \sqrt{D} < 0$ имеются три состояния равновесия – O_1 – неустойчивый узел, O_2 – седло и O_3 – устойчивый узел, ω – сепаратрисами O_2 являются части полуоси $z = 0$, α – сепаратриса стремится к O_3.

2. а) Если $D = 0$, $\varepsilon_1 < 0, \varepsilon_2 > 0$, то система (1) имеет единственное состояние равновесия O_1 –седло. Поведение траекторий системы (1), как и в 1 д).

б) При $D = 0$, $\varepsilon_1 > 0, \varepsilon_2 > 0$ система (1) имеет три состояния равновесия O_1, O_2 и $O_0(\frac{\varepsilon_1}{2\gamma_1}; \frac{\varepsilon_2}{\gamma_2})$, причем O_1 – неустойчивый узел, O_2 –седло.

Установим характер состояния равновесия O_0, корни характеристического уравнения $\lambda_1 = -\varepsilon_2, \lambda_2 = 0$. Вводя переменные $u = x - \frac{\varepsilon_1}{2\gamma_1}$ $v = z - \frac{\varepsilon_2}{\gamma_2}$, получим систему

$$\begin{cases} \dfrac{du}{dt} = -\beta v - \gamma_1 u^2, \\ \dfrac{dv}{dt} = -\varepsilon_2 v - \gamma_2 v^2 \end{cases} \tag{2}$$

Применяя преобразования, заключаем, что O_0 – седло – узел с устойчивым узловым сектором. Части оси $z = 0$ являются ω – сепаратрисами O_2, α – сепаратриса стремится к O_0.

3. Если а) $\varepsilon_1 = 0, D > 0\ (D < 0)$, то $\varepsilon_2 < 0$, $(\varepsilon_2 > 0)$ и система (1) в рассматриваемой конечной части фазовой плоскости имеет единственное состояние равновесия O_1, корни характеристического уравнения имеют вид $\lambda_1 = 0, \lambda_2 = \varepsilon_2$. Система (1) примет вид

$$\begin{cases} \dfrac{dx}{dt} = -\beta z - \gamma_1 x^2, \\ \dfrac{dz}{dt} = \varepsilon_2 z - \gamma_2 z^2, \end{cases} \tag{3}$$

применяя преобразования аналогично предыдущему пункту, получаем, что O_1 – седло – узел, причем если $\varepsilon_2 < 0$, то имеем устойчивый узловой сектор. Поведение траекторий системы аналогично, как и в 1 в). А если $\varepsilon_2 > 0$, то O_1 – седло, характер траекторий аналогичен п.1 д).

4. а) Если $D < 0$, $\varepsilon_1 > 0, \varepsilon_2 > 0$, то система (1) имеет два состояния равновесия - O_1 - неустойчивый узел и O_2 – седло.

б) При $D < 0$, $\varepsilon_1 < 0, \varepsilon_2 > 0$ в конечной части фазовой плоскости имеется единственное состояние равновесия - O_1 - седло. Поведение траектории системы (1) в этом случае аналогично, как и в 1 д).

5. а) Если $\varepsilon_1 > 0, \varepsilon_2 = 0$, то в рассматриваемой конечной части фазовой плоскости система (1) имеет два состояния равновесия O_1 и O_2.

Система (1) имеет вид

$$\begin{cases} \dfrac{dx}{dt} = \varepsilon_1 x - \beta z - \gamma_1 x^2, \\ \dfrac{dz}{dt} = -\gamma_2 z^2 \end{cases} \tag{4}$$

Исследуем характер состояния равновесия O_1, с корнями характеристического уравнения $\lambda_1 = \varepsilon_1$, $\lambda_2 = 0$.

Преобразованием $\bar{x} = -\beta z$, $\bar{z} = \varepsilon_1 x - \beta z$ систему (4) приводим к специальному виду и устанавливаем, что состояние равновесия O_1 является седло-узлом с неустойчивым узловым сектором.

Исследуя характер состояния равновесия O_2 с корнями характеристического уравнения $\lambda_1 = -\varepsilon_1$, $\lambda_2 = 0$, устанавливаем, что состояние равновесия O_2 – седло-узел с устойчивым узловым сектором.

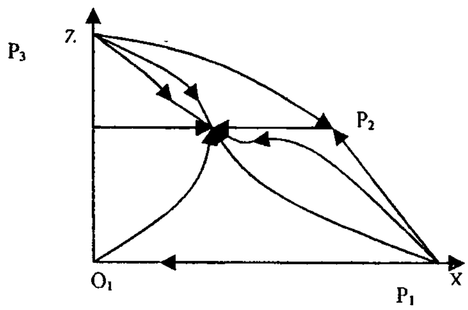
б) При $\varepsilon_1 < 0$, $\varepsilon_2 = 0$ в рассматриваемой конечной части фазовой плоскости системы (1) имеет единственное состояние равновесия O_1. Из исследования вытекает, что O_1 – седло-узел с устойчивым узловым сектором.

6. Если $\varepsilon_1 = \varepsilon_2 = 0$, то O_1 – седло-узел.

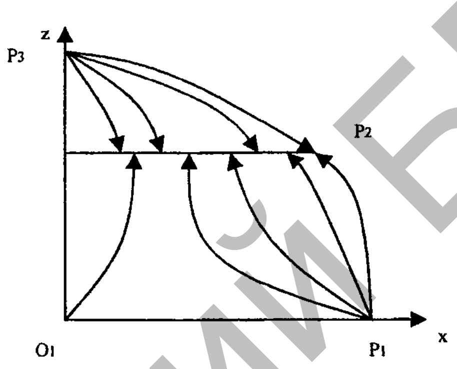
Теорема. Система (1) не имеет предельных циклов и особых точек типа фокус или центр.

Доказательство следует из того факта, что через каждое состояние равновесия проходит интегральная прямая.

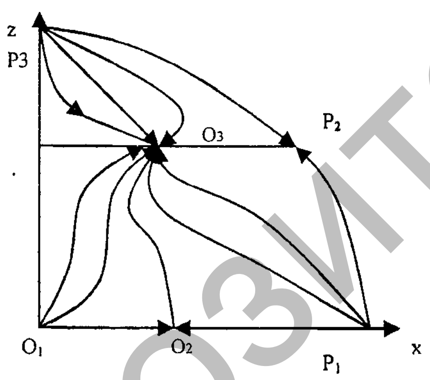
Некоторые случаи, которые демонстрируют качественный характер траекторий системы (1), изображены на следующих рисунках.



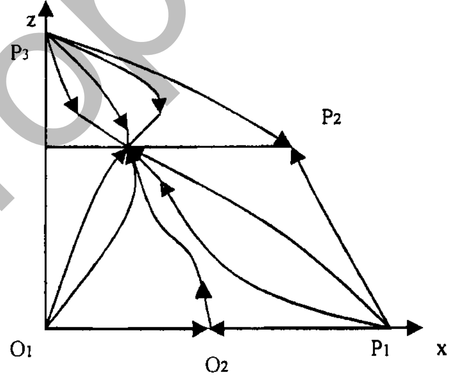
1 г).



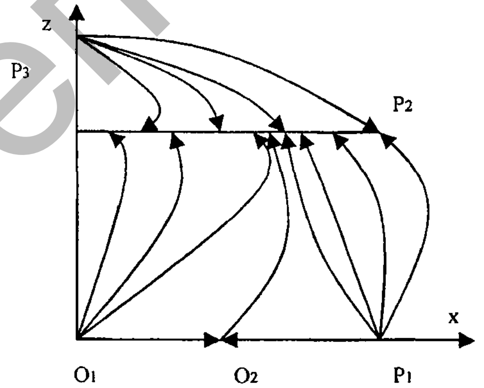
1 д).



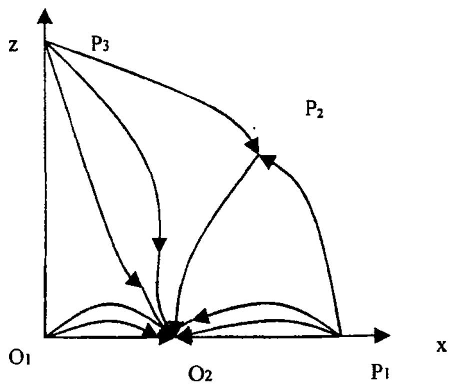
1 е).



2 б).



4 а).



5 а).

Полученные результаты являются новыми и могут быть использованы при исследовании конкретных систем дифференциальных уравнений, которые описывают физические и экономические процессы с точки зрения изменения их скорости.

ЭФФЕКТИВНОСТЬ ПРИМЕНЕНИЯ ОПТИМИЗАЦИОННЫХ МЕТОДОВ В СЕЛЬСКОМ ХОЗЯЙСТВЕ

Я.Н. Жихар, *канд. экон. наук, доцент*
Белорусский государственный экономический университет (г. Минск)
И.Н. Макар, *соискатель*
Белорусский государственный аграрный технический университет (г. Минск)
УДК 6[illegible]1.15: 519.8[illegible]

В последние годы в области экономико-математического моделирования сельского хозяйства произошли существенные изменения позитивного плана. Вместе с тем по-прежнему здесь имеются большие возможности для дальнейшего улучшения ситуации, в том числе в направлении совершенствования применяемых экономико-математических моделей.

Подтверждением сказанного может служить разработанная нами оптимизационная модель. Исходные данные для нее были взяты по одному из передовых хозяйств Минской области, специализирующемся на откорме КРС и производстве молока. Постановка задачи свелась к определению оптимального плана сочетания отраслей, обеспечивающего максимальную прибыль от реализации товарной продукции животноводства и растениеводства при сохранении свинофермы, занимающий небольшой удельный вес в товарной продукции хозяйства.

Решение поставленной задачи в рамках данной модели показало, что для дальнейшего наращивания производства молока и говядины, повышения качества продукции и значительного увеличения прибыли хозяйству необходимо существенно изменить отраслевую структуру растениеводства (таблица 1).

Как следует из приведенных в таблице расчетных данных, ЭВМ не рекомендует использовать естественные кормовые угодья для пастьбы скота (1-й вариант). В таком случае достигается максимальный прирост молока (на 22,2%) и говядины (на 22,3%) по сравнению с отчётными показателями. Второй вариант рассчитан исходя из того, что хозяйство решит использовать пастбища для пастьбы скота (680 га). Производство молока и говядины в этом случае сократится на 1,6%. Помимо этого, представляется целесообразным уменьшить посевные площади тритикале, ячменя пивоваренного, овса, кукурузы на зерно, картофеля и кормовых корнеплодов, а также многолетних и однолетних трав на зелёный корм. Последнее частично связано с расширением посевов подпокровных и повторных посевов. Одновременно должна возрасти посевная площадь фуражного люпина, многолетних трав на сенаж и кукурузы на силос. Естественные кормовые угодья должны использоваться, прежде всего, для производства сена, силоса и сенажа.

Предлагаемые изменения в отраслевой структуре обусловлены поставленной целью – сбалансировать кормовые ресурсы по всем основным ингредиентам питания, в первую очередь по переваримому протеину, сухому веществу, сахару и сырому жиру.

Большую роль в анализе оптимальных планов играют двойственные оценки. По их величине можно судить об эффективности использования производственных ресурсов. К примеру, двойственная оценка пашни в хозяйстве ровна 623,8, а улучшенных сенокосов и пастбищ – 180,4 тыс. руб. прибыли. Отсюда следует, что перед руководством хозяйства остро стоит проблема повышения продуктивности улучшенных сенокосов и пастбищ. Результаты нашего исследования показывают, что даже передовые сельскохозяйственные предприятия Беларуси обладают значительными резервами для увеличения объёмов производства продукции, снижения её себестоимости и повышения качества. Нельзя не использовать эти резервы, когда для этого имеются все условия – подготовленные кадры, современные ЭВМ, необходимое математическое обеспечение и силиконовая долина, программисты которой всегда к услугам любого заказчика.