МИНИСТЕРСТВО СЕЛЬСКОГО ХОЗЯЙСТВА
И ПРОДОВОЛЬСТВИЯ РЕСПУБЛИКИ БЕЛАРУСЬ

Учреждение образования
«БЕЛОРУССКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ АГРАРНЫЙ
ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»

Кафедра физики

ФИЗИКА

Учебно-методическое пособие
для студентов заочной формы обучения

Минск
БГАТУ
2010

УДК 53(07)
ББК 22.3я7
Ф50

Рекомендовано научно-методическим советом
агроэнергетического факультета БГАТУ.
Протокол № 10 от 15 июня 2010 г.

Составители:
кандидат физико-математических наук *В. А. Чернявский;*
кандидат биологических наук, доцент *В. Н. Болодон;*
кандидат физико-математических наук, доцент *В. П. Дымонт;*
кандидат технических наук, доцент *П. Н. Логвинович;*
кандидат физико-математических наук *И. Т. Неманова;*
кандидат физико-математических наук, доцент *Е. П. Чеченина;*
кандидат физико-математических наук, доцент *Г. М. Чобот;*
старший преподаватель *С. Л. Быкова;*
кандидат физико-математических наук, ассистент *С. М. Кочетков*

Рецензенты:
ведущий научный сотрудник Государственного
научно-производственного объединения «Научно-практический центр
НАН Беларуси по материаловедению»,
кандидат физико-математических наук, доцент *Б. В. Корзун;*
заведующий кафедрой естественных наук Командно-инженерного
института МЧС Республики Беларусь,
кандидат физико-математических наук, доцент *А. В. Ильюшонок*

Ф50 **Физика:** учебно-методическое пособие для студентов заочной формы обучения / сост. : В. А. Чернявский [и др.]. — Минск : БГАТУ, 2010. — 100 с.
ISBN 978-985-519-282-5.

Издание включает учебную программу по курсу физики, вопросы для допуска к экзамену и примеры решения типовых задач по всем разделам учебной программы.

Предназначено для студентов агротехнических специальностей заочной формы обучения.

УДК 53(07)
ББК 22.3я7

ISBN 978-985-519-282-5

СОДЕРЖАНИЕ

ВВЕДЕНИЕ

Физика как учебная дисциплина формирует у студентов целостное представление об окружающем мире. Она дает студентам технических вузов теоретическую основу для изучения общепрофессиональных и специальных дисциплин – теоретической механики, теплотехники, гидравлики, теоретических основ электротехники, материаловедения. Основательные знания и навыки, полученные при изучении физики, дают возможности инженеру эффективно применять достижения научно-технического прогресса; позволяют ему быстро адаптироваться при перемене вида деятельности, а также служат фундаментом для активного и творческого участия в производственной и общественной деятельности.

Физика является основополагающей дисциплиной для формирования у будущих инженеров умения проводить обобщения, получения экспериментальных навыков, умения видеть междисциплинарные связи.

Цель дисциплины – формирование у студентов системы теоретических знаний основных понятий, законов и физических моделей механики. Электричества и магнетизма, колебаний и волн, квантовой и статистической физики и профессиональных компетенций по их применению в будущей инженерной деятельности.

Задачи дисциплины – изучить основные законы, показать границы их применимости;

– ознакомить студентов с основными физическими явлениями, методами их наблюдения и экспериментального исследования;

– научить ставить и решать простейшие экспериментальные задачи, обрабатывать, анализировать и оценивать полученные результаты;

– привить навыки построения математических моделей простейших физических явлений, использования для их изучения доступного математического аппарата;

– научить работать со справочной и учебной литературой, другими необходимыми источниками информации.

При изучении дисциплины «Физика» у студентов формируются следующие компетенции:

Академические – владение базовыми научно-теоретическими знаниями и применение их для решения теоретических и практических задач; владение методами научного познания, системным и сравнительным анализом; проявление творчества в профессиональной деятельности;

Профессиональные – применение законов физики для решения инженерных задач; знание физических основ работы приборов, технических устройств, технологических установок;

Социально-личностные – способность к социальному взаимодействию; владение навыками здоровьесбережения; умение работать в команде.

В результате изучения дисциплины студенты должны

знать:

– основные понятия, законы и физические модели механики, электричества и магнетизма, термодинамики, колебаний и волн, квантовой и статистической физики;

– новейшие достижения в области физики и перспективы их использования для создания технических устройств.

уметь:

– использовать основные законы физики в инженерной деятельности;

– использовать методы теоретического и экспериментального исследования в физике;

– использовать методы численной оценки порядка величин, характерных для различных прикладных разделов физики.

СОДЕРЖАНИЕ УЧЕБНОГО МАТЕРИАЛА

Введение

Предмет физики. Физика в системе естественных наук. Физика и научно-технический прогресс. Методы физического исследования: опыт, гипотеза, эксперимент, теория.

Структура курса физики

1. Кинематика материальной точки и поступательного движения твердого тела. Кинематика вращательного движения твердого тела вокруг неподвижной оси. Динамика материальной точки и поступательного движения твердого тела. Механическая энергия

1.1. Кинематика материальной точки и вращательного движения абсолютно твердого тела

Механическое движение как простейшая форма движения материи. Представления о свойствах пространства и времени. Физические модели: материальная точка, абсолютно твердое тело. Поступательное и вращательное движения абсолютно твердого тела. Система отсчета. Траектория материальной точки, ее радиус-вектор. Длина пути (путь) и вектор перемещения.

Вектор средней скорости, вектор мгновенной скорости материальной точки, его координаты.

Вектор среднего ускорения, вектор мгновенного ускорения материальной точки, его координаты. Тангенциальная и нормальная составляющие ускорения.

Обратная задача кинематики. Вычисление пути по заданной зависимости величины скорости от времени.

Средняя и мгновенная угловые скорости твердого тела при его вращении вокруг неподвижной оси. Вектор углового ускорения. Связь между линейной и угловой скоростью, а также между составляющими линейного ускорения и угловыми ускорением и скоростью для материальной точки, движущейся по окружности.

1.2. Динамика материальной точки и поступательного движения абсолютно твердого тела

Законы Ньютона для материальной точки: первый закон Ньютона, инерциальные системы отсчета; второй закон Ньютона, сила, масса; третий закон Ньютона.

Импульс материальной точки. Основной закон динамики материальной точки. Система материальных точек, внутренние и внешние силы системы. Закон изменения импульса системы материальных точек. Основной закон динамики поступательного движения твердого тела. Закон сохранения импульса системы материальных точек или поступательно движущихся твердых тел.

Центр инерции (центр масс) системы материальных точек, тела. Закон движения центра инерции.

1.3. Работа и механическая энергия

Механическая работа. Работа переменной силы. Мощность. Кинетическая энергия. Теорема о кинетической энергии материальной точки и системы материальных точек.

Понятие силового поля. Консервативные силовые поля. Консервативность поля гравитационных сил и любого центрального поля; консервативность поля силы тяжести и любого однородного поля сил; консервативность сил упругости. Работа консервативных сил по замкнутой траектории. Потенциальная энергия материальной точки во внешнем консервативном поле сил. Связь потенциальной энергии с консервативной силой. Понятие градиента скалярной функции.

Полная механическая энергия системы материальных точек; понятие потенциальной энергии взаимодействия материальных точек системы. Закон изменения механической энергии системы материальных точек (поступательно движущихся тел). Закон сохранения механической энергии. Неконсервативные силы. Диссипация энергии.

Вопросы для допуска к экзамену

1. Что называется материальной точкой?
2. Что называется абсолютно твердым телом?
3. Вектор мгновенной скорости (формула, направление).
4. Вектор средней скорости (формула, направление).

5. Вектор мгновенного ускорения (формула, направление).
6. Нормальное ускорение (формула, направление, физический смысл).
7. Тангенциальное ускорение (формула, направление, физический смысл).
8. Какое движение называется вращательным?
9. Угловая скорость (определение, направление).
10. Угловое ускорение (определение, направление).
11. Связь угловой и линейной скорости.
12. Связь тангенциального ускорения и углового.
13. Связь нормального ускорения и угловой скорости.
14. I-ый закон Ньютона.
15. II-ой закон Ньютона.
16. III- й закон Ньютона.
17. Импульс материальной точки.
18. Основной закон динамики материальной точки.
19. Центр масс системы материальных точек.
20. Работа постоянной силы.
21. Работа переменной силы.
22. Мгновенная мощность.
23. Кинетическая энергия материальной точки.
24. Теорема о кинетической энергии.
25. Что называется консервативной силой?
26. Работа силы тяжести.
27. Работа силы упругости.
28. Потенциальная энергия тела, находящегося на высоте h над Землей.
29. Потенциальная энергия сжатой пружины.
30. Закон изменения полной механической энергии системы.
31. Закон сохранения механической энергии (формулировка).

2. Динамика вращательного движения. Движение относительно неинерциальных систем отсчета. Механические колебания

2.1. Динамика вращательного движения

Момент силы относительно точки. Момент силы относительно оси и его выражение через компоненты силы.

Момент импульса материальной точки относительно точки и относительно оси. Закон изменения момента импульса системы материальных точек. Закон сохранения момента импульса.

Момент инерции материальной точки, твердого тела относительно оси. Теорема Штейнера. Момент импульса тела, вращающегося вокруг неподвижной оси, относительно оси вращения. Основной закон динамики вращательного движения твердого тела вокруг неподвижной оси.

Кинетическая энергия вращающегося твердого тела, катящегося тела. Работа момента силы при вращении тела вокруг неподвижной оси. Сопоставление основных величин, определяющих вращение твердого тела вокруг неподвижной оси и поступательное движение тела, а также связей между ними.

2.2. Движение в неинерциальных системах отсчета

Закон динамики материальной точки относительно неинерциальных систем отсчета. Силы инерции. Проявление сил инерции в неинерциальных системах отсчета, движущихся поступательно. Центробежная сила и сила Кориолиса во вращающихся системах отсчета.

2.3. Механические колебания

Механические гармонические колебания и их характеристики: амплитуда, циклическая частота, период, фаза. Вывод дифференциального уравнения гармонических колебаний (на примере пружинного маятника) и его решение. Энергия гармонического колебательного движения.

Понятие вектора амплитуды гармонического колебания. Сложение одинаково направленных гармонических колебаний одинаковой частоты с помощью векторов амплитуды. Биения. Сложение взаимно перпендикулярных гармонических колебаний одинаковой частоты.

Физический маятник, период его колебаний. Математический маятник. Формула Гюйгенса периода его колебаний

Затухающие механические колебания. Вывод дифференциального уравнения затухающих колебаний и его решение. Амплитуда затухающих колебаний. Характеристики затухающих колебаний: логарифмический декремент затухания, время релаксации, добротность колеблющейся системы.

Вынужденные гармонические колебания. Вывод дифференциального уравнения вынужденных гармонических колебаний и его решение. Механический резонанс. Резонансные кривые при различных значениях коэффициента затухания.

Вопросы для допуска к экзамену

1.Момент силы относительно точки.
2. Момент импульса относительно точки.
3. Закон сохранения момента импульса системы материальных точек.
4. Момент импульса твердого тела.
5. Момент инерции материальной точки.
6. Момент инерции бесконечно тонкого кольца.
7. Момент инерции тонкостенного цилиндра.
8. Момент инерции однородного цилиндра.
9. Момент инерции стержня.
10. Момент инерции шара.
11. Формула и формулировка теоремы Штейнера.
12. Основной закон динамики вращательного движения.
13. Кинетическая энергия тела, вращающегося вокруг неподвижной оси.
14. Кинетическая энергия катящегося тела.
15. Какие колебания называются гармоническими?
16. Скорость материальной точки, совершающей гармонические колебания.
17. Ускорение материальной точки, совершающей гармонические колебания.
18. Дифференциальное уравнение гармонических колебаний.
19. Смещение x (t) от положения равновесия при незатухающих колебаниях.
20. Пружинный маятник (определение; период колебаний).
21. Полная механическая энергия колеблющейся точки при незатухающих колебаниях.
22. Дифференциальное уравнение затухающих гармонических колебаний.
23. Коэффициент затухания.
24. Смещение x (t) от положения равновесия при затухающих колебаниях.
25. Амплитуда затухающих колебаний.
26. Декремент затухания.
27. Логарифмический декремент затухания.
28. Добротность.
29. Какие колебания называется вынужденными?
30. Физический маятник (определение; период колебаний).
31. Математический маятник (определение; период колебаний).

3. Молекулярная физика и термодинамика

3.1. Основное уравнение молекулярно-кинетической теории идеального газа

Статистический (молекулярно-кинетический) и термодинамический методы исследования свойств тел. Термодинамические параметры. Равновесные и неравновесные состояния и процессы.

Идеальный газ. Уравнение состояния идеального газа.

Вывод основного уравнения молекулярно-кинетической теории идеального газа. Средняя кинетическая энергия поступательного движения молекул, молекулярно-кинетический смысл температуры.

Средняя квадратичная скорость молекул.

3.2. Классические статистические распределения

Распределение Максвелла молекул по величинам скоростей. Функция распределения, ее физический смысл и графическое изображение для различных температур газа. Наиболее вероятная скорость молекул, вывод ее зависимости от температуры газа. Средняя скорость молекул. Экспериментальная проверка закона распределения молекул по скоростям (опыт Штерна).

Барометрическая формула. Распределение Больцмана молекул идеального газа по их потенциальным энергиям во внешнем силовом поле.

3.3. Первое начало термодинамики

Число степеней свободы молекулы. Закон равномерного распределения энергии по степеням свободы. Внутренняя энергия идеального газа. Работа, совершаемая газом при расширении. Количество теплоты. Теплоемкость (мольная и удельная). Формулировки первого начала термодинамики и его запись.

Применение первого начала термодинамики к изопроцессам. Адиабатный процесс. Вывод уравнения адиабаты (уравнения Пуассона).

Классическая теория теплоемкостей идеального газа и ее ограниченность.

3.4. Второе начало термодинамики

Обратимые и необратимые процессы. Круговые процессы (циклы). Работа газа при круговом процессе. Формулировки второго начала термодинамики. Термодинамические основы работы тепло-

вой машины (теплового двигателя) и холодильной машины. КПД тепловой машины и холодильный коэффициент.

Цикл Карно. Вывод формулы для КПД цикла Карно. Теорема Карно.

Приведенная теплота. Энтропия. Вычисление изменения энтропии идеального газа. Изменение энтропии теплоизолированной системы при обратимых и необратимых процессах в ней (формулировка второго начала термодинамики, связанная с энтропией).

Термодинамическая вероятность состояния системы и ее связь с энтропией системы (формула Больцмана). Статистический смысл второго начала термодинамики. Теорема Нернста.

3.5. Реальные газы

Силы межмолекулярного взаимодействия. Эффективный диаметр молекул. Средняя длина свободного пробега молекул и среднее число соударений. Уравнение Ван-дер-Ваальса. Физический смысл поправок Ван-дер-Ваальса. Внутренняя энергия реального газа. Экспериментальные изотермы реального газа и их сравнение с изотермами Ван-дер-Ваальса. Критическое состояние, критические параметры.

Эффект Джоуля-Томсона. Сжижение газов.

Понятие о фазовых переходах.

3.6. Явления переноса в термодинамических неравновесных системах.

Общая характеристика явлений переноса в газах и жидкостях. Экспериментальные законы переноса: закон теплопроводности Фурье, закон Ньютона для вязкости, закон диффузии Фика.

Вопросы для допуска к экзамену

1. Уравнение (Менделеева – Клайперона) состояния идеального газа.
2. Основное уравнение МКТ.
3. Что называется числом степеней свободы?
4. Внутренняя энергия идеального газа (определение, формула).
5. Первое начало термодинамики (формула, формулировка).
6. Работа газа при его расширении.
7. Теплоемкость (формула, формулировка).
8. Мольная теплоемкость.
9. Мольная теплоемкость при изохорном процессе.

10. Мольная теплоемкость при изобарном процессе.
11. Соотношение Майера.
12. Работа газа при изотермическом процессе.
13. Какой процесс называется адиабатным?
14. Применение I начала термодинамики к адиабатному процессу (формула, формулировка).
15. Уравнение Пуассона для адиабатного процесса.
16. Работа газа в адиабатном процессе.
17. Что называется круговым процессом (циклом)?
18. Из каких изопроцессов состоит цикл Карно?
19. К.П.Д. цикла Карно?

4. Электростатика

4.1. Электростатическое поле в вакууме

Электрический заряд как константа электромагнитного взаимодействия. Дискретность заряда, закон сохранения заряда, инвариантность заряда.

Точечный заряд. Закон Кулона. Понятие электростатического поля. Напряженность поля. Графическое изображение поля. Принцип суперпозиции электростатических полей. Поле диполя. Непрерывное распределение заряда: объемная, поверхностная и линейная плотности заряда. Вычисление напряженности на оси равномерно заряженного кольца.

Поток вектора напряженности. Теорема Остроградского – Гаусса в интегральной форме. Применение теоремы Остроградского – Гаусса для расчета напряженности поля в случаях его плоской, сферической и цилиндрической симметрий.

Работа сил электростатического поля по перемещению пробного заряда. Потенциальная энергия пробного заряда в электростатическом поле, потенциал поля. Потенциал поля системы точечных зарядов. Теорема о циркуляции напряженности электростатического поля в интегральной форме. Связь напряженности и потенциала, вычисление разности потенциалов через напряженность электростатического поля. Эквипотенциальные поверхности.

4.2. Электростатическое поле в диэлектрике

Влияние вещества на электростатическое поле, электростатическая индукция. Проводники и диэлектрики. Свободные и связанные заряды. Типы диэлектриков: неполярные, полярные, ионные.

Электронная поляризация неполярных диэлектриков, поляризуемость молекулы. Действие электрического поля на электрический диполь, ориентационная поляризация.

Поляризованность диэлектрика (вектор поляризации), ее связь с напряженностью поля для изотропных диэлектриков, диэлектрическая восприимчивость. Зависимость диэлектрической восприимчивости полярного диэлектрика от температуры, формула Дебая-Ланжевена.

Поверхностная плотность связанных зарядов диэлектрика и ее связь с вектором поляризованности. Напряженность электрического поля в диэлектрике. Диэлектрическая проницаемость и ее физический смысл в простейших случаях.

Поток вектора поляризованности через замкнутую поверхность. Теорема Остроградского-Гаусса для диэлектрика в интегральной форме и ее применение. Вектор электрического смещения (электрической индукции) $\vec{D}$, линии вектора $\vec{D}$. Электростатическое поле на границе раздела двух диэлектриков. Изменение компонент векторов $\vec{E}$ и $\vec{D}$ при переходе через границу. Закон преломления линий вектора напряженности.

Понятие о сегнетоэлектриках.

4.3. Проводники в электростатическом поле. Энергия системы зарядов, заряженного проводника. Энергия электрического поля

Электростатическое поле внутри заряженного проводника или проводника, помещенного во внешнее электростатическое поле. Электростатическая защита. Распределение избыточного заряда в проводнике. Эквипотенциальность поверхности проводника. Напряженность электростатического поля вблизи поверхности проводника.

Электроемкость уединенного проводника. Конденсаторы. Электроемкость плоского конденсатора.

Энергия взаимодействия системы неподвижных точечных зарядов. Энергия неподвижного уединенного заряженного проводника, заряженного конденсатора. Объемная плотность энергии электрического поля.

Вопросы для допуска к экзамену

1. Сформулируйте и запишите в векторной форме закон Кулона.
2. Запишите выражение для потенциала электростатического поля, созданного точечным зарядом в точке, находящейся от него на расстоянии r.

3. Запишите выражение для напряженности электростатического поля, созданного точечным зарядом в точке, находящейся от него на расстоянии r.

4. Что является силовой характеристикой электростатического поля? Назовите единицу ее измерения в СИ.

5. Что является энергетической характеристикой электростатического поля? Назовите единицу ее измерения в СИ.

6. Как проводятся силовые линии электростатического поля? Имеют ли они начало и конец? Если да – то где они начинаются и заканчиваются?

7. Что называется электрическим диполем? Записать формулу дипольного момента.

8. Что называется потоком вектора напряженности электрического поля ($\vec{E}$) через площадку dS?

9. Запишите выражение для потенциальной энергии взаимодействия двух точечных зарядов.

10. Какую работу надо совершить, чтобы переместить заряд q из точки с потенциалом φ_1 в точку с потенциалом φ_2?

11. Запишите выражение для напряженности электростатического поля, созданного равномерно заряженной с поверхностной плотностью зарядов σ бесконечной плоскостью, находящейся в диэлектрике с диэлектрической проницаемостью, равной ε.

12. Запишите выражение для напряженности электростатического поля между двумя параллельными равномерно заряженными разноименными и равными по модулю зарядами бесконечными плоскостями. Пространство между ними заполнено диэлектриком с диэлектрической проницаемостью, равной ε.

13. Запишите выражение для напряженности электростатического поля, созданного равномерно заряженной (линейная плотность заряда – τ) бесконечной нитью, находящейся в диэлектрике с диэлектрической проницаемостью, равной ε.

14. Чему равна циркуляция вектора напряженности ($\vec{E}$) электростатического поля?

15. Как, зная зависимость электрического потенциала от координат, найти зависимость $\vec{E}$ от координат?

16. Как, зная зависимость $\vec{E}$ от координат, найти разность потенциалов между двумя точками?

17. Какие поверхности называются эквипотенциальными? Как они проводятся? Как направлен вектор напряженности электростатического поля по отношению к эквипотенциальным поверхностям?

18. В чем состоит отличие связанных (поляризационных) зарядов от свободных (сторонних) зарядов?

19. Назовите виды поляризации.

20. Что называется вектором поляризации (или поляризованности) диэлектрика?

21. Какова связь между нормальной составляющей вектора поляризованности диэлектрика и поверхностной плотностью связанных зарядов?

22. Какова связь между векторами напряженности электрического поля (E), электрического смещения (D), поляризованности диэлектрика (P)?

23. Как связаны между собой тангенциальные составляющие вектора напряженности электрического поля на границе раздела двух диэлектриков?

24. Как связаны между собой нормальные составляющие вектора электрического смещения на границе раздела двух диэлектриков?

25. Запишите условия равновесия зарядов в проводнике.

26. Что такое электроемкость уединенного проводника? Привести формулу.

27. Как изменится емкость уединенного проводящего шара при переносе его из вакуума в среду с относительной диэлектрической проницаемостью ε ?

28. Запишите формулу, по которой можно найти электроемкость плоского конденсатора.

29. Запишите уравнения, по которым можно рассчитать энергию заряженного конденсатора?

30. По каким уравнениям можно рассчитать объемную плотность энергии в однородном изотропном диэлектрике?

5. Стационарное электромагнитное поле

5.1. Постоянный электрический ток

Электрический ток (конвекционный, ток проводимости, ток в вакууме). Сила тока, плотность тока. Связь между ними.

Закон Ома для однородного участка цепи в интегральной и дифференциальной формах. Электродвижущая сила, напряжение; обобщенный закон Ома, закон Ома для замкнутой цепи.

Электрическое поле проводника с током.

Закон Джоуля-Ленца в интегральной и дифференциальной формах.

Электропроводность металла. Экспериментальные доказательства электронной проводимости металлов (Опыты Рикке; Мандельштама и Папалекси; Толмена и Стюарта). Классическое и квантовое описания механизма электропроводности и зависимости сопротивления металла от температуры. Явление сверхпроводимости и его применение в науке и технике.

5.2. Магнитное поле постоянного электрического тока в вакууме (стационарное магнитное поле в вакууме)

Магнитное взаимодействие токов. Закон Ампера для силы взаимодействия двух параллельных токов. Магнитный момент контура с током (магнитный дипольный момент). Определение вектора магнитной индукции.

Принцип суперпозиции магнитных полей. Закон Био-Савара-Лапласа и его применение к расчету магнитных полей линейных токов (прямолинейного тока конечной и бесконечной длины, витка с током на его оси).

Теорема о циркуляции вектора магнитной индукции (закон полного тока для магнитного поля в вакууме). Вихревой характер магнитного поля. Применение теоремы о циркуляции для расчета индукции магнитного поля прямолинейного проводника с током, бесконечно длинного соленоида, тороида.

Поток магнитной индукции. Теорема Остроградского-Гаусса для магнитного поля.

5.3. Действие магнитного поля на движущиеся заряды и проводники с током

Закон Ампера для элемента проводника с током. Действие магнитного поля на движущийся заряд. Сила Лоренца. Движение заряженных частиц в постоянном однородном магнитном поле (радиус траектории, период обращения, шаг спирали траектории). Эффект Холла для металла и его применение в технике. МГД-генераторы.

Работа перемещения проводника с током в магнитном поле. Работа перемещения контура с током в магнитном поле.

5.4. Магнитное поле в веществе. Магнитные свойства вещества

Индукция магнитного поля в веществе. Молекулярные токи, токи намагничивания. Намагниченность. Циркуляция вектора намагниченности. Закон полного тока для магнитного поля в веществе (теорема о циркуляции вектора H). Напряженность магнитного поля.

Связь намагниченности и напряженности магнитного поля для изотропных магнетиков. Магнитная восприимчивость среды. Типы магнетиков. Связь между индукцией и напряженностью магнитного поля, магнитная проницаемость и ее физический смысл в простейших случаях.

Система уравнений электромагнитного поля постоянного тока. Условия для компонент векторов **B** и **H** на границе раздела двух магнетиков. Закон преломления линий магнитной индукции. Магнитная защита.

Орбитальный, спиновый и полный магнитные моменты электронов атома. Гиромагнитное отношение. Атом во внешнем магнитном поле (прецессия орбиты, индуцированный магнитный момент). Элементарная теория диамагнетизма. Диамагнетики во внешнем магнитном поле.

Природа парамагнетизма. Парамагнетики во внешнем магнитном поле. Зависимость магнитной восприимчивости парамагнетика от температуры (закон Кюри).

Ферромагнетики. Их свойства. Графики зависимостей намагниченности ферромагнетика, вектора магнитной индукции и магнитной проницаемости от напряженности магнитного поля и их объяснение. Магнитный гистерезис. Точка Кюри. Структура ферромагнетиков.

Понятие об антиферро- и ферримагнетиках; ферриты и их применение в технике.

Вопросы для допуска к экзамену

1. Запишите закон Ома для однородного участка цепи.
2. Что такое электрический ток?
3. Назовите характеристики электрического тока и их единицы измерения.
4. Назовите условия, выполнение которых необходимо для протекания в цепи электрического тока.
5. Какие силы по своей природе не могут быть сторонними?
6. Чему равна циркуляция вектора напряженности сторонних сил?
7. Запишите обобщенный закон Ома (закон Ома для неоднородного участка цепи).
8. Запишите закон Ома для замкнутой цепи.
9. Сформулируйте и запишите формулу закона Джоуля – Ленца (в интегральной или дифференциальной форме).

10. Дайте определение вектора магнитной индукции, назовите ее размерность и приведите соответствующие формулы (через силу Ампера и через вращающий момент).

11. Что называется магнитным моментом контура с током? (Приведите соответствующую формулу).

12. Запишите закон Био-Савара-Лапласа (формула и расшифровка всех величин, входящих в нее, привести рисунок).

13. Приведите формулировку и математическую запись в интегральной форме закона полного тока (теорема о циркуляции) для магнитного поля в вакууме.

14. Поток вектора магнитной индукции (определение, математическая запись), размерность.

15. Приведите формулировку и математическую запись в интегральной форме теоремы Остроградского – Гаусса для магнитного поля.

16. Запишите закон Ампера для силы взаимодействия двух параллельных токов.

17. Запишите закон Ампера для элемента проводника с током в магнитном поле в векторной форме.

18. Запишите выражение для силы Лоренца.

19. Запишите выражение для работы, которая совершается при перемещении проводника с током в магнитном поле.

20. Запишите выражение для работы, которая совершается при перемещении контура с током в магнитном поле.

21. Запишите выражение для индукции магнитного поля (B) в центре кругового витка с током I и радиусом R.

22. Запишите выражение для индукции магнитного поля (В), создаваемого прямым бесконечным проводником с током в произвольной точке.

23. Что называется вектором намагниченности (J)? (Формула, размерность).

24. Запишите формулу, связывающую магнитную индукцию В в магнетике с магнитной проницаемостью μ и напряженностью магнитного поля Н в этом магнетике.

25. Запишите формулу, связывающую векторы намагниченности и напряженности магнитного поля.

26. Сформулируйте закон полного тока (теорема о циркуляции) для магнитного поля в веществе и запишите его математическое выражение в интегральной форме.

27. Назовите типы магнетиков.

28. Что называется спином электрона?

29. Приведите закон преломления линий вектора $\vec{B}$ на границе раздела двух магнетиков.

6. Нестационарное электромагнитное поле

6.1. Электромагнитная индукция

Опыты Фарадея. ЭДС индукции. Правило Ленца. Причины возникновения ЭДС индукции при движении проводника (контура) и в неподвижном контуре. Закон электромагнитной индукции в интегральной форме.

Явление самоиндукции. Индуктивность; индуктивность длинного соленоида. Взаимоиндукция, взаимная индуктивность двух контуров. Теорема взаимности.

Магнитная энергия тока. Энергия магнитного поля.

Токи при замыкании и размыкании $RL-$ цепи.

6.2. Основы теории Максвелла электромагнитного поля

Вихревое электрическое поле. Ток смещения. Уравнения Максвелла в интегральной форме. Классификация электромагнитных явлений.

Относительный характер электрической и магнитной составляющих электромагнитного поля.

6.3. Электромагнитные колебания

Условие квазистационарности. Свободные незатухающие колебания в колебательном контуре. Затухающие электромагнитные колебания и их характеристики. Вынужденные электромагнитные колебания. Резонанс токов, резонанс напряжений.

Вопросы для допуска к экзамену

1. Запишите основной закон электромагнитной индукции в интегральной форме.
2. В чем состоит явление самоиндукции?
3. В чем состоит явление взаимной индукции?
4. Запишите выражение для магнитной энергии тока.
5. Запишите выражение для плотности энергии магнитного поля через вектора, характеризующие электромагнитное поле.

6. Запишите первое уравнение Максвелла в интегральной форме и дайте соответствующую формулировку.

7. Запишите второе уравнение Максвелла в интегральной форме и дайте соответствующую формулировку.

8. Из каких элементов состоит идеальный колебательный контур?

9. Запишите зависимость величины заряда на обкладках конденсатора идеального колебательного контура (его активное сопротивление равно нулю) от времени.

10. Запишите зависимость величины заряда на обкладках конденсатора колебательного контура от времени при затухающих колебаниях.

11. Запишите выражение (через энергию) для добротности контура.

12. Как изменяется амплитуда затухающих свободных колебаний со временем?

13. Запишите формулу Томсона.

14. Чему равно полное сопротивление цепи переменному электрическому току, если она содержит активное сопротивление, катушку индуктивности и конденсатор?

15. Поток вектора магнитной индукции (формулировка, математическая запись), размерность.

16. Запишите выражение для емкостного сопротивления цепи.

17. Запишите выражение для индуктивного сопротивления цепи.

7. Упругие и электромагнитные волны. Волновая оптика

7.1. Упругие и электромагнитные волны

Образование упругих волн. Продольные и поперечные волны. Уравнение гармонической бегущей волны, распространяющейся вдоль оси OZ. Характеристики гармонической бегущей волны: волновое число и волновой вектор, длина волны, частота и фазовая скорость волны. Связь между этими характеристиками волны. Гармонические волны в пространстве. Волновая поверхность и фронт волны. Принцип Гюйгенса. Уравнения плоской и сферической гармонических волн. Волновое уравнение.

Образование электромагнитных волн. Фазовая скорость распространения электромагнитных волн. Свойства электромагнитных волн: поперечность, связь компонент векторов **E** и **H** в плоской электромагнитной волне, взаимная перпендикулярность векторов **E** и **H**, связь их величин.

Уравнение плоской монохроматической электромагнитной волны. Эллиптическая и линейная поляризация волны.

Объемная плотность энергии электромагнитной волны. Поток энергии. Плотность потока энергии (вектор Умова – Пойнтинга). Интенсивность электромагнитной волны.

Шкала электромагнитных волн. Световые волны. Показатель преломления и его связь с электромагнитными характеристиками среды. Изменение длины световой волны при переходе через границу двух сред. Законы отражения и преломления света;

7.2. Интерференция света

Когерентность световых волн. Явление интерференции световых волн. Оптическая длина пути. Оптическая разность хода двух световых волн. Связь между разностью фаз и оптической разностью хода двух интерферирующих волн. Общая схема получения интерференционной картины. Классические способы получения интерференционной картины от двух когерентных источников: щели Юнга, зеркала Френеля, бипризма Френеля.

Условия максимума и минимума при интерференции двух волн. Ширина интерференционной полосы. Расчет интерференционной картины от двух когерентных источников.

Интерференция в тонких пленках. Полосы равного наклона и полосы равной толщины. Кольца Ньютона.

Применение интерференции света (просветление оптики, интерферометры).

7.3. Дифракция света

Условия наблюдения дифракции света. Принцип Гюйгенса – Френеля. Метод зон Френеля. Доказательство прямолинейности распространения света в однородной среде. Зонная пластинка.

Дифракция Френеля на круглом отверстии и круглом диске.

Дифракция Фраунгофера на одной щели. Влияние ширины щели на дифракционную картину. Дифракционная решетка. Вывод условия главных максимумов для одномерной дифракционной решетки. Образование спектров при освещении дифракционной решетки белым светом. Разрешающая способность дифракционной решетки.

Дифракция рентгеновских лучей на кристаллах. Формула Вульфа – Брэггов. Понятие о рентгеноструктурном анализе и рентгеновской спектроскопии.

7.4. Поляризация света

Естественный и поляризованный свет, основные виды поляризации: линейная, эллиптическая, круговая.

Поляризация света при отражении и преломлении на границе раздела двух диэлектриков. Закон Брюстера.

Двойное лучепреломление в анизотропных кристаллах. Обыкновенный и необыкновенный лучи, оптическая ось кристалла, главное сечение кристалла (плоскость главного сечения или главная плоскость кристалла). Понятие об анизотропии кристаллов. Зависимость диэлектрической проницаемости анизотропных кристаллов от напряженности электрического поля $\vec{E}$. Образование обыкновенного и необыкновенного лучей, их скорости и показатели преломления. Получение линейно поляризованного света с помощью анизотропных кристаллов (призма Николя, поляроид). Эффект Керра.

Анализ линейно поляризованного света. Поляризатор и анализатор. Определение главной плоскости поляризатора (анализатора). Вывод закона Малюса в идеальном случае. Закон Малюса с учетом потерь в поляризаторе и анализаторе. Вращение плоскости поляризации.

Вопросы для допуска к экзамену

1. Назовите характерное свойство волнового движения.
2. Какая волна называется поперечной?
3. Какая волна называется продольной?
4. Что называется волновой поверхностью?
5. Что называется волновым фронтом?
6. Сформулируйте принцип Гюйгенса.
7. Запишите выражение, связывающее волновое число и длину волны.
8. Запишите уравнение плоской электромагнитной волны, распространяющейся вдоль оси X.
9. Напишите связь между амплитудами колебаний электрической и магнитной напряженностями электромагнитной волны, распространяющейся в среде с диэлектрической проницаемостью ε и магнитной проницаемостью μ.
10. Что называется потоком энергии? Запишите соответствующую формулу.

11. Запишите выражение, раскрывающее физический смысл показателя преломления.
12. Запишите выражение, связывающее показатель преломления среды с ее диэлектрической и магнитной проницаемостью.
13. Какие волны называются когерентными?
14. Что называется оптической длиной пути? (Запишите соответствующее выражение).
15. Запишите выражение для оптической разности хода лучей, распространяющихся в различных средах.
16. Запишите связь между оптической разностью хода двух волн и разностью фаз их колебаний.
17. Запишите условие наблюдения максимума интерференции.
18. Запишите условие наблюдения минимума интерференции.
19. Что называется дифракцией?
20. Сформулируйте принцип Гюйгенса-Френеля.
21. Почему при дифракции белого света происходит его разложение в спектр?
22. Свет – это поперечная или продольная волна?
23. Какой свет называется поляризованным?
24. Свет падает из среды с большим показателем преломления в среду с меньшим показателем преломления. Изменится ли фаза колебания отраженного луча? Если изменится, то насколько?
25. Назовите способы получения линейно поляризованного света.
26. Запишите и сформулируйте закон Брюстера.
27. Какая характеристика вводится для количественной оценки частично поляризованного света? Запишите соответствующее выражение.
28. Запишите закон Малюса в предположении, что падающий на поляризатор и анализатор свет не отражается и не поглощается ими.
29. Запишите и сформулируйте (приведите рисунок) закон отражения света.
30. Запишите и сформулируйте (приведите рисунок) закон преломления света.
31. Какая среда называется оптически более плотной?
32. Пучок монохроматических лучей встречает на своем пути непрозрачный круглый диск, закрывающий m первых зон Френеля. Что будет наблюдаться в центре дифракционной картины на экране?

8. Квантовая природа электромагнитного излучения. Элементы атомной физики и квантовой механики

8.1. Тепловое излучение и его основные характеристики и законы

Тепловое излучение, его равновесность. Характеристики теплового излучения: энергетическая светимость, излучательная способность, поглощательная способность, отражательная способность тела и связь между этими величинами. Закон Кирхгофа.

Абсолютно черное тело и законы его теплового излучения: закон Стефана-Больцмана, закон Вина. Экспериментальные кривые зависимости излучательной способности абсолютно черного тела от длины волны излучения для различных температур.

Квантовая гипотеза. Формула Планка и ее с вязь с законами Стефана-Больцмана и Вина.

8.2. Элементы квантовой оптики

Энергия, масса и импульс фотона (кванта излучения). Вывод формулы давления света на основе квантовой теории.

Эффект Комптона.

Внешний фотоэффект и его законы. Световая и вольтамперная характеристика фотоэлемента. Уравнение Эйнштейна для внешнего фотоэффекта. Метод определения постоянной Планка с помощью внешнего фотоэффекта.

Корпускулярно-волновой дуализм света (излучения).

8.3. Теория Бора для атома водорода

Ядерная модель атома по Резерфорду. Постулаты Бора. Опыт Франка и Герца. Атом водорода и его спектр по теории Бора: вывод формул для радиусов стационарных круговых орбит электрона, его скорости и энергии в стационарных состояниях. Формула Бальмера. Спектральные серии атома водорода. Затруднения теории Бора.

8.4. Волновые свойства частиц вещества. Уравнение Шредингера

Гипотеза де Бройля. Формула де Бройля. Экспериментальное подтверждение волновых свойств частиц: опыты Дэвиссона и Джермера по рассеянию электронов на монокристалле никеля и другие опыты по дифракции электронов.

Волновая функция микрочастицы. Ее физический смысл. Условие нормировки. Волновая функция свободной частицы (волна де Бройля).

Соотношения неопределенностей Гейзенберга как проявление корпускулярно-волнового дуализма материи. Соотношение неопределенностей для координат и импульсов частицы. Примеры применения соотношений неопределенностей. Границы применимости классической механики.

Уравнение Шредингера для стационарных состояний. Временное (обобщенное) уравнение Шредингера.

Решение уравнения Шредингера для частицы, находящейся в бесконечно глубокой одномерной потенциальной яме. Уровни энергии частицы и нормированная волновая функция. Предельный переход к классическому описанию.

8.5 Квантовомеханическое описание атома водорода. Спин электрона

Уравнение Шредингера для электрона в атоме водорода. Возможные значения энергии электрона. Квантовые числа n, l, m. Вырождение состояний, кратность вырождения. Формулы квантования орбитальных механического и магнитного моментов электрона и их проекций на направление внешнего магнитного поля. Магнетон Бора. Снятие вырождения по квантовому числу m при помещении атома во внешнее магнитное поле.

Схема энергетических уровней атома, правило отбора и образование спектра атома.

Опыт Штерна и Герлаха. Спин электрона, спиновое квантовое число. Формулы квантования спиновых механического и магнитного моментов и их проекций на направление магнитного поля.

Понятие о явлениях магнитного резонанса.

8.6. Оптические квантовые генераторы

Излучение (спонтанное и вынужденное) и поглощение света; принцип детального равновесия. Закон поглощения Бугера-Ламберта-Бэра. Инверсная населенность атомов. Метастабильное состояние.

Принцип работы квантового генератора. Особенности лазерного излучения.

Вопросы для допуска к экзамену

1. Что называется энергетической светимостью? Запишите формулу, раскрывающую физический смысл энергетической светимости.
2. Что называется испускательной способностью (или спектральной плотностью энергетической светимости)? Запишите соответствующую формулу.
3. Что называется поглощательной способностью? Запишите соответствующую формулу.
4. Что называется отражательной способностью? Запишите соответствующую формулу.
5. Какая связь существует между поглощательной и отражательной способностями тела?
6. Сформулируйте и запишите закон Кирхгофа для теплового излучения.
7. Запишите связь между энергетической светимостью и испускательной способностью.
8. Какое тело называется абсолютно черным?
9. Запишите и сформулируйте закон Стефана-Больцмана.
10. Запишите и сформулируйте закон смещения Вина.
11. Какое явление называется внешним фотоэффектом?
12. Сформулируйте три закона внешнего фотоэффекта.
13. Запишите уравнение Эйнштейна для внешнего фотоэффекта (пояснить смысл каждого слагаемого).
14. Как связаны между собой максимальная кинетическая энергия фотоэлектрона и задерживающее напряжение?
15. Как связаны между собой работа выхода электрона из фотокатода и значение частоты, соответствующей «красной» границе внешнего фотоэффекта?
16. Как связаны между собой работа выхода электрона из фотокатода и значение длины волны, соответствующей «красной» границе внешнего фотоэффекта?
17. Приведите вольт-амперную характеристику фотоэлемента.
18. Чему равна масса покоя фотона?
19. Чему равна энергия фотона, если частота падающего излучения равна ν?
20. Запишите обобщенную формулу Бальмера.
21. Сформулируйте постулаты Бора.
22. Запишите выражение для волны де-Бройля.

23. Каков физический смысл волновой функции?
24. Каким квантовым числом определяется энергия атома водорода?
25. Какие четыре квантовых числа определяют состояние атома водорода?
26. Сформулируйте принцип Паули.
27. Назовите три основных элемента из которых состоит оптический квантовый генератор (лазер).
28. Назовите характерные для лазерного излучения свойства.

9. Элементы квантовой статистики и зонной теории твердых тел. Элементы физики атомного ядра

9.1. Общие сведения о квантовых статистиках. Энергетические зоны

Отличие квантовых статистик от классической статистики Максвелла-Больцмана (дискретная структура фазового пространства, неразличимость частиц одного сорта). Фермионы и бозоны. Принцип Паули. Распределение Ферми-Дирака для электронного газа в металле. График функции распределения при различных температурах. Уровень Ферми. Понятие температуры Ферми.

Понятие о зонной теории твердых тел. Образование энергетических зон в кристаллических телах. Деление твердых тел на проводники, диэлектрики и полупроводники в соответствии со структурой энергетических зон и их заполнением электронами.

9.2. Электропроводность полупроводников

Собственная проводимость полупроводников. Энергетическая диаграмма и уровень Ферми для полупроводника с собственной проводимостью. Выражение и график зависимости от температуры для удельной проводимости собственного полупроводника.

Примесная проводимость полупроводника. Энергетическая диаграмма. Примесные уровни и уровень Ферми в донорных и акцепторных полупроводниках. Выражение для удельной проводимости примесных полупроводников и график ее зависимости от температуры.

Внутренний фотоэффект. Фотопроводность полупроводника.

Применение полупроводников.

9.3. Контакт двух металлов и термоэлектрические явления

Потенциальная, кинетическая и полная механическая энергия свободного электрона в металле. Работа выхода электрона из металла, потенциал выхода. Смещение энергетических зон при сообщении металлу избыточного электрического заряда.

Контакт металлов. Внешняя и внутренняя контактная разность потенциалов. Законы Вольта. Явление Зеебека. Термопары. Явление Пельтье. Явление Томсона.

Контакт металла с полупроводником.

9.4. Контакт электронного и дырочного полупроводников. P-n-переход

Изменение картины энергетических зон *p*- и *n*-полупроводников при приведении их в контакт. Равенство потоков основных и неосновных носителей заряда. Смещение энергетических зон обоих полупроводников под действием внешней разности потенциалов. Запорный и пропускной режимы прохождения электрического тока через контакт. Вольт-амперная характеристика *p-n*-перехода. Выпрямляющее действие *p-n*-перехода.

9.5. Элементы физики атомного ядра

Состав атомного ядра. Энергия связи и дефект массы ядра. Ядерные силы. Модели атомных ядер.

Радиоактивное излучение и его виды. Закон радиоактивного распада.

Ядерные реакции. Реакция деления ядер. Реакция синтеза ядер. Проблема управляемых термоядерных реакций. Ядерная энергетика.

Вопросы для допуска к экзамену

1. Что называется работой выхода электронов из металла?
2. Назовите носители тока в собственных полупроводниках.
3. Какие примесные полупроводники называются полупроводниками *n*-типа?
4. Какие примесные полупроводники называются полупроводниками *p*-типа?

5. Нарисуйте вольт-амперную характеристику полупроводникового диода.
6. Назовите характерные размеры атомного ядра.
7. Назовите характерные размеры атома.
8. Из чего состоит атомное ядро?
9. Назовите свойства ядерных сил.
10. Запишите формулу, по которой определяется дефект массы атомного ядра.
11. Назовите три вида (типа) радиоактивного излучения.
12. Что представляет собой α- излучение?
13. Что представляет собой β-излучение?
14. Что представляет собой γ-излучение?
15. Какое излучение обладает большей проникающей способностью − α или β?
16. Какое излучение обладает большей проникающей способностью − β или γ?
17. Какое излучение обладает большей проникающей способностью − α или γ?
18. Запишите закон радиоактивного распада.
19. Что называется периодом полураспада?

ПРИМЕРЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ

Кинематика материальной точки и вращательного движения твердого тела

1. Скорость тормозящей машины изменяется по закону $\upsilon = (20 - 8t)$ м/с. Определить длину тормозного пути машины.

Дано:

$\upsilon = (20 - 8t)$ м/с

$S - ?$

Решение:

1 способ. При равнозамедленном прямолинейном движении скорость тела изменяется по закону

$$\upsilon = \upsilon_0 - at\ , \qquad (1)$$

где υ_0 и υ − начальная и конечная скорости тела соответственно; a − модуль ускорения тела; t − отрезок времени, за который произошло изменение скорости.
Поскольку по условию задачи

$$\upsilon = 20 - 8t, \qquad (2)$$

то, сравнивая (1) и (2), определим начальную скорость машины $\upsilon_0 = 20$ м/с и модуль ускорения машины $a = 8$ м/с^2.
Так как конечная скорость машины равна нулю ($\upsilon = 0$), то длину тормозного пути можно найти по формуле $S = \frac{\upsilon^2 - \upsilon_0^2}{2a} = \frac{-\upsilon_0^2}{2a}$.

Подставив числовые значения, получим: $S = \frac{-20^2}{2(-8)} = 25$ м

2 способ. Найдем время торможения машины, приравняв конечную скорость машины к нулю: $\upsilon = \upsilon_0 + at = 0$, $20 - 8t = 0$, $t = 2{,}5$ с
Путь машины до остановки найдем по известной зависимости

$$s = \upsilon_0 t - \frac{at^2}{2}.$$

Тормозной путь равен

$$S = 20 \cdot 2{,}5 - \frac{8 \cdot 2{,}5^2}{2} = 25 \text{ м}.$$

2. Уравнение движения материальной точки вдоль оси X имеет вид $x = A + Bt + Ct^3$, где $A = 2$ м, $B = 1$ м/с, $C = -0{,}5$ м/с^3. Найти координату x, скорость и ускорение точки в момент времени $t = 2$с.

Дано:

$x = A + Bt + Ct^2$
$A = 10$ рад,
$B = 20$ рад/с,
$C = -2$ рад/с^2

$x - ?\ \upsilon_x - ?\ a_x - ?$

Решение:

Координату x найдем, подставив в уравнение движения числовые значения коэффициентов A, B и C и времени t:

$$x = (2 + 1 \cdot 2 - 0{,}5 \cdot 2^3) \text{ м} = 0 .$$

Мгновенная скорость относительно оси x есть первая производная от координаты по времени:

$$\upsilon_x = \frac{dx}{dt} = B + 3Ct^2 \cdot$$

Ускорение точки найдем, взяв первую производную от скорости по времени:

$$a_x = \frac{d\upsilon_x}{dt} = 6Ct \cdot$$

В момент времени $t = 2$ с

$$\upsilon_x = (1 - 3 \cdot 0{,}5 \cdot 2^2) \text{ м/с} = -5 \text{ м/с};$$

$$a_x = 6(-0{,}5 \cdot 2) \text{ м/с}^2 = -6 \text{ м/с}^2.$$

3. Точка начинает двигаться прямолинейно из состояния покоя с ускорением, меняющимся по закону $a = (2 + 6t)$ м/с^2. Чему равен пройденный точкой путь за вторую секунду движения?

Дано:

$a = (2 + 6t)$ м/с^2
$\upsilon_0 = 0$

$\Delta S_2 - ?$

Решение:

Поскольку ускорение точки является первой производной от скорости по времени $a = \frac{d\upsilon}{dt}$, то зависимость скорости точки от времени будет определяться формулой

$$\upsilon = \int_0^t a dt = \int_0^t (2+6t)dt = 2t + \frac{6t^2}{2} = 2t + 3t^2.$$

Поскольку мгновенная скорость движения точки по траектории есть первая производная пути по времени $\left(\upsilon = \frac{dS}{dt}\right)$, то зависимость пройденного пути от времени

$$S = \int_0^t \upsilon dt = \int_0^t (2t+3t^2)dt = \frac{2t^2}{2} + \frac{3t^3}{3} = t^2 + t^3.$$

Пройденный путь за первую секунду движения и за две первые секунды движения найдем, подставив значения t_1 = 1 с и t_2 = 2 с в последнее полученное выражение:

$$S_1 = 2 \text{ м}, \ S_2 = 2^2 + 2^3 = 12 \text{ м}.$$

Поэтому путь, пройденный точкой за вторую секунду движения

$$\Delta S_2 = S_2 - S_1 = 12 - 2 = 10 \text{ м}.$$

Пройденный точкой путь за вторую секунду движения можно так же найти следующим образом:

$$\Delta S_2 = \int_1^2 (2t+3t^2)dt = \frac{2t^2}{2} + \frac{3t^3}{3}\Bigg|_1^2 = \left(\frac{2\cdot 2^2}{2} + \frac{3\cdot 2^3}{3}\right) - \left(\frac{2\cdot 1^2}{2} + \frac{3\cdot 1^3}{3}\right) = 12 - 2 = 10 \text{ м}.$$

4. Тело вращается вокруг неподвижной оси по закону $\varphi = A + Bt + Ct^2$, где A = 10 рад, B = 20 рад/с, C = - 2 рад/с^2. Найти полное ускорение точки, находящейся на расстоянии r = 0,1 м от оси вращения, для момента времени t = 4 с.

Дано:

$\varphi = A + Bt + Ct^2$

A = 10 рад, B = 20 рад/с,

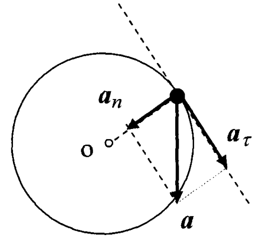
C = - 2 рад/с^2, r = 0,1 м,

t = 4 с

a – ?

Решение:

Полное ускорение $\boldsymbol{a}$ точки, движущейся по кривой линии может быть найдено как геометрическая сумма тангенциального ускорения a_τ, направленного по касательной к траектории, и нормального ускорения a_n, направленного к центру кривизны траектории (рис.): $a = a_\tau + a_n$.



Так как векторы a_τ и a_n взаимно перпендикулярны, то модуль полного ускорения

$$a = \sqrt{a_\tau^2 + a_n^2}. \qquad (1)$$

Модули тангенциального и нормального ускорения точки вращающегося тела выражаются формулами

$$a_\tau = \varepsilon r, \qquad a_n = \omega^2 r,$$

где ω - модуль угловой скорости тела, ε - модуль его углового ускорения.

Подставляя выражения a_τ и a_n в формулу (1), находим

$$a = \sqrt{\varepsilon^2 r^2 + \omega^4 r^2} = r\sqrt{\varepsilon^2 + \omega^4}. \qquad (2)$$

Угловую скорость ω найдем, взяв первую производную угла поворота по времени:

$$\omega = \frac{d\varphi}{dt} = B + 2Ct.$$

В момент времени t = 4 с модуль угловой скорости

$\omega = [20 + 2\cdot(-2)\cdot 4]$ рад/с = 4 рад/с.

Угловое ускорение найдем, взяв первую производную от угловой скорости по времени:

$$\varepsilon = d\omega / dt = 2C = -4 \text{ рад/с}^2 .$$

Подставляя значения ω, ε и r в формулу (2), получаем

$$a = 0{,}1\sqrt{(-4)^2 + 4^4} \text{ м/с}^2 = 1{,}65 \text{ м/с}^2 .$$

5. С отвесной скалы в море бросают в горизонтальном направлении камень со скоростью $\upsilon_{0x} = 40$ м/с и через время $t = 3$ с он падает в воду. С какой высоты h бросили камень? На каком расстоянии S от основания башни он упал? Чему равны скорость, нормальное и тангенциальное ускорения камня и радиус кривизны траектории в момент падения в море? Сопротивлением воздуха пренебречь.

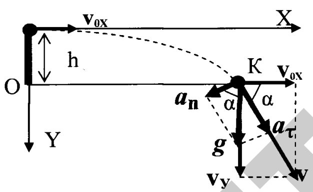
Дано:

$\upsilon_{0x} = 40$ м/с
$t = 3$ с

h - ? S - ?
υ - ? a_n - ?
a_τ - ? R - ?

Решение:

Т.к. в отсутствие силы сопротивления воздуха горизонтальная составляющая скорости камня υ_{0x} в процессе полета остается постоянной, то горизонтальная составляющая полного ускорения камня равна нулю. Поэтому полное ускорение камня в процессе полета направлено вертикально вниз и численно равно ускорению свободного падения g. Тогда высота, с которой бросили камень



$$h = \frac{gt^2}{2} = \frac{10 \cdot 3^2}{2} = 45 \text{ м}.$$

Дальность полета камня (S = ОК) при условии равномерного движения вдоль оси X (сопротивлением воздуха в соответствии с условием задачи пренебрегаем):

$$S = \upsilon_{ox} t = 40 \cdot 3 = 120 \text{ м}.$$

Вертикальная составляющая скорости камня в момент падения в море

$$\upsilon_y = gt = 10 \cdot 3 = 30 \text{ м/с}.$$

Тогда, как следует из рисунка, величина скорости камня в момент падения в море (точка К):

$$\upsilon = \sqrt{\upsilon_{ox}^2 + \upsilon_y^2} = \sqrt{40^2 + 30^2} = 50 \text{ м/с}.$$

В момент падения камня в море вектор его скорости $\boldsymbol{\upsilon}$ составляет с горизонтом (ось X) угол α, причем

$$\cos\alpha = \upsilon_{ox}/\upsilon, \quad \sin\alpha = \upsilon_y/\upsilon .$$

Вектор тангенциального ускорения $\boldsymbol{a}_\tau$ камня совпадает по направлению с вектором его скорости $\boldsymbol{\upsilon}$, а вектор нормального ускорения $\boldsymbol{a}_n$ перпендикулярен вектору скорости $\boldsymbol{\upsilon}$. Угол α между векторами $\boldsymbol{\upsilon}_{0X}$ и $\boldsymbol{\upsilon}$ равен углу между векторами $\boldsymbol{a}_n$ и $\boldsymbol{g}$ (углы со взаимно перпендикулярными сторонами). Тогда, как следует из рисунка,

$$a_n = g\cos\alpha = \frac{g \cdot \upsilon_{ox}}{\upsilon} = \frac{10 \cdot 40}{50} = 8 \text{ м/с}^2,$$

$$a_\tau = g\sin\alpha = \frac{g \cdot \upsilon_y}{\upsilon} = \frac{10 \cdot 30}{50} = 6 \text{ м/с}^2 .$$

Поскольку нормальное ускорение камня a_n в момент падения связано с модулем его линейной скорости υ и радиусом кривизны траектории R ($a_n = \upsilon^2/R$), то радиус кривизны траектории в момент падения

$$R = \upsilon^2 / a_n = 50^2/6 = 416{,}7 \text{ м}.$$

Динамика поступательного движения твердого тела

6. Два груза (m_1 = 500 г и m_2 = 700 г) связаны невесомой и нерастяжимой нитью. Они лежат на гладкой горизонтальной поверхности (рис.). К грузу m_1 приложена горизонтально направленная сила F = 6 Н. Пренебрегая трением, определить: 1) ускорение грузов; 2) силу натяжения нити.

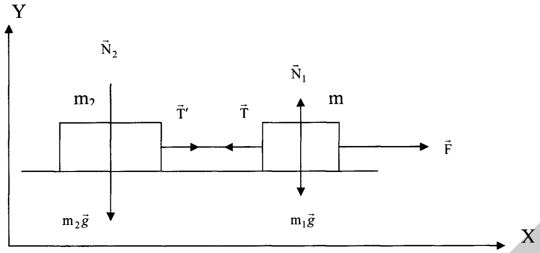
Дано:

m_1 = 500 г, m_2 = 700 г, F = 6 Н, $F_{тр.}$ = 0 Н

a – ?, T – ?

Решение:

Выберем координатные оси так, как указано на рисунке. Запишем уравнение движения для каждого тела. Для этого рассмотрим силы, которые действуют на каждое тело. На тело массой m_1 вдоль оси Y действуют сила тяжести $m_1\vec{g}$ и сила реакции опоры $\vec{N}_1$, которые равны по величине и противоположно направлены, т. е. их равнодействующая равна нулю. В этом случае, согласно 2-му закону Ньютона, составляющая ускорения вдоль оси Y, равна нулю и, в соответствии с 1-ым законом Ньютона, движения вдоль этой оси происходить не будет. Вдоль оси X на 1-е тело действует сила $\vec{F}$, а также сила натяжения нити $\vec{T}$; их направление указано на рисунке. На основе вышесказанного запишем уравнение движения (2-й закон Ньютона) вдоль оси X для 1-го тела: $\vec{F} + \vec{T} = m_1\vec{a}$. С учетом направлений сил, запишем его в скалярной форме:



$$F - T = m_1 a. \qquad (1)$$

На 2-е тело (масса m_2) вдоль оси Y действуют уравновешивающие друг друга силы: сила тяжести $m_2\vec{g}$ и сила реакции опоры $\vec{N}_2$. Вдоль оси X на него действует только сила натяжения нити $\vec{T}'$ (ее направление показано на рисунке). Вследствие невесомости нити,

она действует на оба тела с одинаковыми по величине силами, т. е. модули сил $\vec{T}$ и $\vec{T}'$ равны. Нерастяжимость нити приводит к тому, что ускорения обоих тел также равны по величине. В результате уравнение движения второго груза имеет вид: $\vec{T} = m_2\vec{a}$. В скалярной форме оно запишется следующим образом:

$$T = m_2 a. \qquad (2)$$

Решим систему уравнений (1) и (2). Для этого сложим их: $F - T + T = m_1 a + m_2 a$, откуда найдем искомое ускорение:

$$a = \frac{F}{m_2 + m_1}.$$

Подставим в полученное выражение численные значения, предварительно переведя их в СИ: $a = \dfrac{6}{0,7 + 0,5} = 5\,\dfrac{\text{м}}{\text{с}^2}$. Величину силы натяжения нити найдем из уравнения (2):

$$T = 5\,\frac{\text{м}}{\text{с}^2} \cdot 0,7\ \text{Н} = 3,5\ \text{Н}.$$

7. Два тела связаны невесомой и нерастяжимой нитью, перекинутой через невесомый блок, установленной на наклонной плоскости (рис.). Найти ускорение, с которым будут двигаться эти тела, трением можно пренебречь. Массы тел равны соответственно m = 10 г и M = 15 г. Наклонная плоскость составляет с горизонтом угол $\alpha = 30^\circ$.

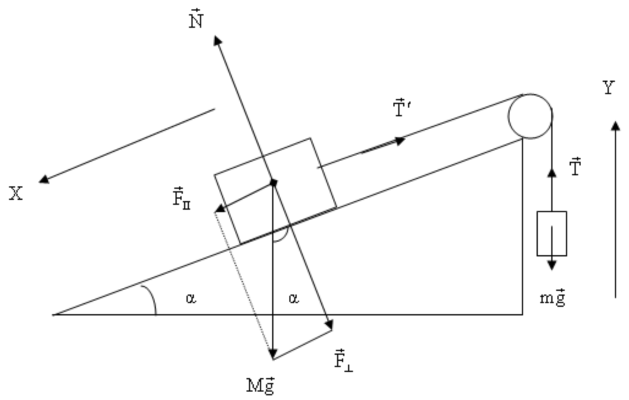
Дано:

M = 15 г, m = 10 г, $F_{тр.}$ = 0 Н, α = 30°

a – ?, T – ?

Решение:

На тело массой M действует сила тяжести $M\vec{g}$, сила реакции опоры $\vec{N}$, перпендикулярная наклонной плоскости и направленная вверх, а также сила натяжения нити $\vec{T}'$. Разложим силу тяжести на две взаимно перпендикулярные составляющие: $\vec{F}_\perp$ и $\vec{F}_{II}$. Первая из них имеет направление, противоположное силе реакции опоры и уравновешивается ею. Вторая параллельна наклонной плоскости, ее направление показано на рисунке.



На тело массой m действует сила тяжести $m\vec{g}$ и сила натяжении нити $\vec{T}$.

Предположим (действительное направление нам неизвестно), что тело М будет двигаться вниз по наклонной плоскости, тогда тело m будет двигаться вверх; их ускорения по величине будут равны, поскольку связующая нить нерастяжима. Координатная ось, вдоль которой происходит движение тела с большей массой — X, а координатная ось, вдоль которой происходит движение тела с меньшей массой — Y, их положительные направления указаны на рисунке. Запишем уравнения движения для каждого тела в проекции на выбранные оси:

$$T - mg = ma; \qquad (1)$$

$$Mg\sin\alpha - T = Ma. \qquad (2)$$

Решим полученную систему уравнений, для этого сложим левую и правую части уравнений (1) и (2): $Mg\sin\alpha - T + T - mg = Ma - ma$. Из последнего равенства находим ускорение:

$$a = g \cdot \frac{M\sin\alpha - m}{M + m}. \qquad (3)$$

В последнюю формулу подставим численные значения в СИ:
$a = 9{,}8 \cdot \dfrac{0{,}0075 - 0{,}01}{0{,}025} = -0{,}98\,\dfrac{\text{м}}{\text{с}^2}$. Мы получили отрицательное значе-

ние ускорения. Это свидетельствует о том, что в действительности тела будут двигаться в обратном направлении: тело меньшей массы – вниз, а тело большей массы – вверх по наклонной плоскости, величина же ускорения равна полученной нами.

8. На наклонной плоскости, которая составляет с горизонтом угол $\alpha = 25^\circ$ находится твердое тело, которое движется вниз с постоянным ускорением $a = 1\,\dfrac{\text{м}}{\text{с}^2}$. Найти коэффициент трения f между наклонной плоскостью и телом.

Дано:

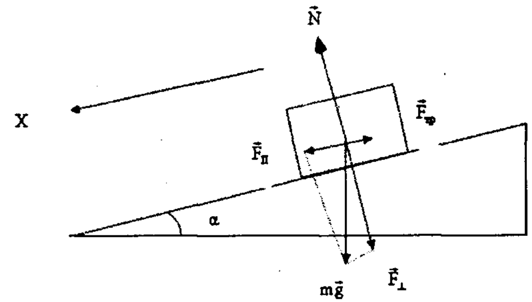
$\alpha = 25^\circ$

$a = 1\,\dfrac{\text{м}}{\text{с}^2}$

f — ?

Решение:

На тело действуют, как и в предыдущем примере сила реакции опоры $\vec{N}$, сила тяжести $m\vec{g}$, которую разложим на две взаимно перпендикулярные составляющие : $\vec{F}_\perp$ и $\vec{F}_{II}$. Первая из них имеет направление, противоположное силе реакции опоры и уравновешивается ею. Вторая параллельна наклонной плоскости, ее направление показано на рисунке. Кроме силы тяжести и силы реакции опоры на тело действует еще и сила трения, модуль которой определяется выражением: $F_{\text{тр}} = fN$, она параллельна поверхности наклонной плоскости и противоположна по направлению движения тела (см. рис.). Выберем координатную ось X так, как указано на рисунке. Запишем уравнение движения тела (2-й закон Ньютона) в проекции на эту ось.



$$F_{II} - F_{\text{тр}} = ma. \qquad (1)$$

Учтем, что $F_{II} = mg \cdot \sin\alpha$, а $F_{тр} = fmg \cdot \cos\alpha$, тогда уравнение (1) примет вид:

$$mg \cdot \sin\alpha - fmg \cdot \cos\alpha = ma. \qquad (2)$$

Из последнего равенства находим коэффициент трения *f*:

$$f = \frac{g \cdot \sin\alpha - a}{g \cdot \cos\alpha}. \qquad (3)$$

Подставим в это выражение численные значения и найдем значение коэффициента трения:

$$f = \frac{9{,}81 \cdot 0{,}4226 - 1}{9{,}81 \cdot 0{,}9063} = 0{,}35.$$

Механическая работа и энергия

9. Сила F = 0,50 Н действует на материальную точку массы $m = 10$ кг в течение времени $\Delta t = 2$ с. Найдите конечную кинетическую энергию *K* материальной точки, если начальная скорость точки была равна нулю. Трение при движении отсутствует.

Дано:

$F = 0.50$ Н

$m = 10$ кг

$\Delta t = 2$ с

K - ?

Решение:

Кинетическая энергия тела (энергия движения) по определению равна: $K = \frac{m \cdot v^2}{2}$, где m – масса тела; v – скорость движения тела. Для того, чтобы найти скорость движения тела можно воспользоваться вторым законом Ньютона (основным законом динамики) $\frac{d\vec{p}}{dt} = \vec{F}$

Скорость изменения импульса (количества движения) материальной точки равна действующей на него силе. (Импульс – векторная физическая величина, равная произведению массы материальной точки на ее скорость: $\vec{p} = m \cdot \vec{v}$).

Так как сила, действующая на материальную точку постоянна во времени, можно записать: $\Delta\vec{p} = \vec{F} \cdot \Delta t$ или $m \cdot \Delta\vec{v} = \vec{F} \cdot \Delta t$. Изменение скорости равно $\Delta v = v - v_0$, а так как по условию задачи начальная скорость равна нулю, то $\Delta v = v$. Можно записать:

$v = \frac{F \cdot \Delta t}{m}$ и тогда $K = \frac{m}{2} \cdot \left(\frac{F \cdot \Delta t}{m}\right)^2 = \frac{(F \cdot \Delta t)^2}{2 \cdot m}$.

Проверим размерность: $Дж = \frac{Н \times Н \times с^2}{кг} = Н \times \frac{\frac{кг \cdot м}{с^2} \times с^2}{кг} = Н \cdot м.$

Подставим числовые значения: $K = \frac{(0.5 \cdot 2)^2}{2 \cdot 10} = \frac{1}{20} = 0{,}05$ Дж.

10. Поезд массы $m = 1500$ т движется со скоростью $\mathrm{v} = 57{,}6$ км/ч и при торможении останавливается, пройдя путь $S = 200$ м. Какова сила торможения F? Как должна измениться эта сила, чтобы тормозной путь уменьшился в два раза?

Дано:

$m = 1500$ т

$\mathrm{v} = 57{,}6$ км/ч

$S = 200$ м

F **- ?**

Решение:

Движущийся поезд обладает кинетической энергией $K = \frac{m \cdot \mathrm{v}^2}{2}$. У остановившегося поезда скорость $\mathrm{v} = 0$ и, следовательно, кинетическая энергия будет равна нулю. Если поезд движется по горизонтальной поверхности, то кинетическая энергия расходуется на совершение работы против сил сопротивления. В данном случае сила сопротивления это сила торможения F. Будем считать силу торможения постоянной на всем пути торможения. Направлена сила торможения по прямой, вдоль которой совершается движение. Тогда по определению работа против этой силы будет равна $A = F \cdot S$. Можем составить уравнение: $\Delta K = K - 0 = F \cdot S$. Из этого уравнения выразим силу торможения: $F = \frac{K}{S}$.

Проверим размерность: $\text{Н} = \frac{\text{Дж}}{\text{м}} = \frac{\text{Н} \cdot \text{м}}{\text{м}} = \text{Н}$.

Очевидно, что для уменьшения тормозного пути в два раза силу торможения следует увеличить в два раза.

Подставим числовые значения и определим величину силы торможения:

$$F = \frac{1500 \cdot 10^3 \cdot \left(\frac{57{,}6}{3{,}6}\right)^2 \Big/ 2}{200} = \frac{1{,}5 \cdot 10^6 \cdot (16)^2}{4 \cdot 10^2} = \frac{1{,}5 \cdot 256}{4} \cdot 10^4 =$$

$$= 1{,}5 \cdot 64 \cdot 10^4 = 15 \cdot 64 \cdot 10^3 = 960 \cdot 10^3 \text{ Н} = 960 \text{ кН}.$$

11. Найти работу, которую надо совершить, чтобы увеличить скорость движения тела от $\mathrm{v}_1 = 2$ м/с до $\mathrm{v}_2 = 6$ м/с на пути $S = 10$ м. На всем пути действует постоянная сила трения $F_{\text{трения}} = 20$ Н. Масса тела $m = 1$ кг.

Дано:

$\mathrm{v}_1 = 2$ м/с

$\mathrm{v}_2 = 6$ м/с

$S = 10$ **м**

$F_{трения} = 20$ Н

$m = 1$ кг

А - ?

Решение:

Тело, которое движется с большей скоростью, имеет и большую кинетическую энергию. Чтобы увеличить кинетическую энергию тела нужно затратить (совершить) механическую работу:

$$\Delta K = A_{мех.} = K_2 - K_1 = \frac{m \cdot v_2^2}{2} - \frac{m \cdot v_1^2}{2} = \frac{m}{2}\left(\mathrm{v}_2^2 - \mathrm{v}_1^2\right).$$

Помимо работы, которая пойдет на увеличение кинетической энергии тела, по условию задачи необходимо совершить работу по преодолению силы трения $A_{\text{трения}} = F_{\text{трения}} \cdot S$.

Общая работа будет равна: $A = A_{\text{мех.}} + A_{\text{трения}}$.

$$A = \frac{m}{2}\left(\mathrm{v}_2^2 - \mathrm{v}_2^2\right) + F_{\text{трения}} \cdot S.$$

Подставим числовые значения:

$$A = \frac{1}{2}\left(6^2 - 2^2\right) + 20 \cdot 10 = \frac{32}{2} + 200 = 216 \text{ Дж}.$$

Динамика вращательного движения твердого тела

12. Через блок в виде сплошного диска, имеющего массу m = 80 г (см. рис.), перекинута тонкая гибкая нить, к концам которой подвешены грузы с массами m_1 = 100 г и m_2 = 200 г. Определить ускорение, с которым будут двигаться грузы, если их предоставить самим себе. Трением и массой нити пренебречь.

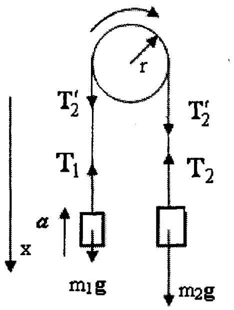
Дано:

m = 80 г = 0,08 кг
m_1 = 100 г = 0,1 кг
m_2 = 200 г = 0,2 кг

a - ?

Решение:

Рассмотрим силы, действующие на каждый груз и на блок в отдельности. На каждый груз действуют две силы: сила тяжести и сила упругости (сила натяжения нити). Направим ось x вертикально вниз и напишем для каждого груза уравнение движения (второй закон Ньютона) в проекциях на эту ось. Для первого груза



$$m_1 g - T_1 = -m_1 a\,; \qquad (1)$$

для второго груза

$$m_2 g - T_2 = m_2 a\,. \qquad (2)$$

Под действием моментов сил T_1' и T_2' относительно оси z, перпендикулярной плоскости чертежа и направленной за чертеж, блок приобретает угловое ускорение ε. Согласно основному уравнению динамики вращательного движения,

$$T_2' r - T_1' r = J_z \varepsilon\,, \qquad (3)$$

где $\varepsilon = a/r$; $\quad J_z = mr^2/2$ – момент инерции блока (сплошного диска) относительно оси z.

Согласно третьему закону Ньютона, с учетом невесомости нити $T_1' = T_1$, $T_2' = T_2$. Воспользовавшись этим, подставим в уравнение (3) вместо T_1' и T_2' выражения для T_1 и T_2, получив их предварительно из уравнений (1) и (2):

$$(m_2 g - m_2 a)r - (m_1 g + m_1 a)r = mr^2 a/(2r)\,.$$

После сокращения на r и перегруппировки членов найдем

$$a = \frac{m_2 - m_1}{m_2 + m_1 + m/2}\, g\,. \qquad (4)$$

Формула (4) позволяет массы m_1, m_2 и m выразить в граммах, как они даны в условии задачи, а ускорение – в единицах СИ. После подстановки числовых значений в формулу (4) получим

$$a = \frac{(200-100)}{(200+100+80/2)} \cdot 9{,}81\ \text{м/с}^2 = 2{,}88\ \text{м/с}^2.$$

13. Маховик в виде сплошного диска радиусом R = 0,2 м и массой m = 50 кг раскручен до частоты вращения n_1 = 480 мин$^{-1}$ и предоставлен сам себе. Под действием сил трения маховик остановился через t = 50 с. Найти момент M сил трения.

Дано:

R = 0,2 м
m = 50 кг
n_1 = 480 мин$^{-1}$ = 8 с$^{-1}$
t = 50 с

M - ?

Решение:

Пусть ось z направлена вдоль оси маховика. Тогда по основному закону динамики вращательного движения имеем:

$$dL_z = M_z dt\,, \qquad (1)$$

где dL_z – изменение проекции момента импульса маховика за время dt; M_z – момент внешних сил (в данном случае момент сил трения), действующих на маховик относительно оси z.

Момент сил трения можно считать не изменяющимся с течением времени ($M_z = \text{const}$), поэтому интегрирование уравнения (1) приводит к выражению

$$\Delta L_z = M_z \Delta t \qquad (2)$$

При вращении твердого тела относительно неподвижной оси изменение проекции момента импульса

$$\Delta L_z = J_z \Delta\omega, \qquad (3)$$

где J_z - момент инерции маховика относительно оси z; $\Delta\omega$ – изменение угловой скорости маховика.

Приравняв правые части равенств (2) и (3), получим $M_z \Delta t = J_z \Delta\omega$, откуда

$$M_z = J_z \frac{\Delta\omega}{\Delta t}. \qquad (4)$$

Момент инерции маховика в виде сплошного диска определяется по формуле $J_z = \frac{1}{2} mR^2$.

Изменение угловой скорости $\Delta\omega = \omega_2 - \omega_1$ выразим через конечную n_2 и начальную n_1 частоты вращения, пользуясь соотношением $\omega = 2\pi n$:

$\Delta\omega = \omega_2 - \omega_1 = 2\pi n_2 - 2\pi n_1 = 2\pi(n_2 - n_1)$.

Подставив в формулу (4) выражения J_z и $\Delta\omega$, получим

$$M_z = \frac{\pi m R^2 (n_2 - n_1)}{\Delta t}. \qquad (5)$$

Проверим, дает ли расчетная формула единицу момента силы $(\text{Н} \cdot \text{м})$. Для этого в правую часть формулы вместо символов величин подставим их единицы:

$$\frac{[m]\left[R^2\right][n]}{[t]} = \frac{1\text{кг} \cdot 1\text{м}^2 \cdot 1\text{с}^{-1}}{1\text{с}} = 1\text{кг} \cdot \text{м} \cdot \text{с}^{-2} \cdot 1 \ \text{м} = 1 \ \text{Н} \cdot \text{м}.$$

Подставим в (5) числовые значения величин и произведем вычисления, учитывая, что $n_1 = 480$ мин$^{-1}$ = 480/60 с$^{-1}$ = 8 с$^{-1}$:

$$M_z = \frac{3{,}14 \cdot 50 \cdot (0{,}2)^2 \cdot (0 - 8)}{50} = -1 \ \text{Н} \cdot \text{м}.$$

Знак минус показывает, что момент сил трения оказывает на маховик тормозящее действие.

14. Однородный тонкий стержень длиной ℓ и массой m может свободно вращаться в вертикальной плоскости вокруг неподвижной горизонтальной оси О, проходящей через верхний конец стержня (см. рис.). В этот вертикально висящий стержень на расстоянии $\ell_о = 0{,}8\ell$ м от оси вращения попадает горизонтально летящая со скоростью $\upsilon_о = 300$ м/с пуля массой $m_о = 2{,}5 \cdot 10^{-3}$ кг и застревает в стержне. На какую максимальную высоту (в см) поднимется центр масс стержня?

Дано:

$\ell_о = 0{,}8\ell$

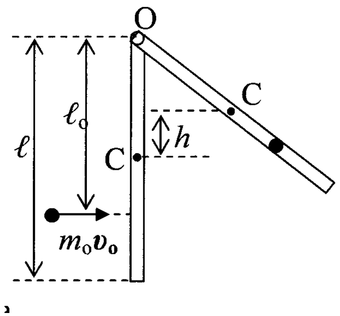
$m_о = 2{,}5 \cdot 10^{-3}$ кг

$\upsilon_о = 300$ м/с

h - ?

Решение:

Модуль момента импульса пули относительно оси вращения О до удара о стержень $L_о = m_о \upsilon_о \ell_о$.



Непосредственно после удара модуль момента импульса стержня и застрявшей в нем пули $L = J\omega$, где J − момент инерции стержня и пули относительно той же оси О; ω − начальная угловая скорость стержня и пули после удара.

Момент инерции стержня относительно оси О определим по теореме Штейнера:

$$J_1 = m\ell^2/12 + m(\ell/2)^2 = m\ell^2/3 \qquad (1)$$

Момент инерции пули относительно оси О: $J_о = m_о \ell_o^2$.

Поскольку по условию задачи $m_о << m$, то $J_о << J_1$. Тогда $J = J_1 + J_о \approx J_1$.

По закону сохранения момента импульса $m_о \upsilon_о \ell_о = J_1 \omega$.

Отсюда

$$\omega = m_o \upsilon_o \ell_o / J_1. \qquad (2)$$

Начальная кинетическая энергия стержня с учетом (1) и (2):

$$W_k = \frac{J_1\omega^2}{2} = \frac{(m_o\upsilon_o\ell_o)^2}{2J_1} = \frac{3(m_o\upsilon_o\ell_o)^2}{2m\ell^2}.$$

Тогда по закону сохранения механической энергии (с учетом $m_o \ll m$):

$$\frac{3}{2m}\left(\frac{m_o\upsilon_o\ell_o}{\ell}\right)^2 = mgh,$$

где h − высота подъема центра масс стержня в момент его максимального отклонения от положения равновесия.

Отсюда

$$h = \frac{3}{2g}\left(\frac{m_o\upsilon_o\ell_o}{m\ell}\right)^2 \qquad (3)$$

Подставим в (3) числовые значения величин и произведем вычисления, учитывая, что ускорение свободного падения $g = 10$ м/с^2:

$$h = \frac{3}{20}\left(2{,}5\cdot10^{-3}\cdot300\cdot0{,}8\right)^2 = 0{,}054 \text{ м} = 5{,}4 \text{ см}.$$

15. Платформа в виде сплошного диска радиусом R = 1,5 м и массой m_1 = 180 кг вращается около вертикальной оси с частотой n = 10 мин$^{-1}$. В центре платформы стоит человек массой m_2 = 60 кг. Какую линейную скорость υ относительно пола помещения будет иметь человек, если он перейдет на край платформы?

Дано:

R = 1,5 м
m_1 = 180 кг
m_2 = 60 кг
n = 10 мин$^{-1}$ = 1/6 с$^{-1}$

υ - ?

Решение:

Согласно условию задачи, момент внешних сил относительно оси вращения z, совпадающей с геометрической осью платформы, можно считать равным нулю. При этом условии проекция L_z момента импульса системы платформа – человек остается постоянной:

$$L_z = J_z\omega = \text{const}, \qquad (1)$$

где J_z – момент инерции платформы с человеком относительно оси z; ω – угловая скорость платформы.

Момент инерции системы равен сумме моментов инерции тел, входящих в состав системы, поэтому в начальном состоянии $J_z = J_1 + J_2$, а в конечном состоянии $J_z' = J_1' + J_2'$.

С учетом этого равенство (1) примет вид

$$(J_1 + J_2)\omega = (J_1' + J_2')\omega', \qquad (2)$$

где J_1 – момент инерции платформы в начальном состоянии;

J_2 – момент инерции человека в начальном состоянии; J_1' и J_2' – моменты инерции платформы и человека в конечном состоянии.

Момент инерции платформы относительно оси z при переходе человека не изменяется: $J_1 = J_1' = m_1R^2/2$. Момент инерции человека относительной той же оси будет изменяться. Если рассматривать человека как материальную точку, то его момент инерции J_2 в начальном состоянии (в центре платформы) можно считать равным нулю. В конечном состоянии (на краю платформы) момент инерции человека $J_2' = m_2R^2$.

Подставим в формулу (2) выражения моментов инерции, начальной угловой скорости вращения платформы с человеком ($\omega = 2\pi n$) и конечной угловой скорости ($\omega' = \upsilon / R$), где υ – скорость человека относительно пола):

$$(m_1R^2/2 + 0)2\pi n = (m_1R^2/2 + m_2R^2)\upsilon / R.$$

После сокращения на R^2 и простых преобразований находим скорость:

$$\upsilon = 2\pi nRm_1/(m_1 + 2m_2).$$

Произведем вычисления: $\upsilon = \dfrac{2\cdot3{,}14\cdot\frac{1}{6}\cdot1{,}5\cdot180}{180 + 2\cdot60}$ м/с $= 1$ м/с.

Гармонические колебания

16. Записать уравнение гармонического колебательного движения с амплитудой A = 8 см, если за время t = 1 мин совершается n = 120 колебаний и начальная фаза колебаний равна 45°.

Дано:

$A = 8$ см $= 8\cdot10^{-2}$м
$t = 1$ мин $= 60$ с
$n = 120$
$\varphi = 45^{\circ} = \dfrac{\pi}{4}$

$x(t)$ - ?

Решение:

Запишем уравнение гармонических колебаний в общем виде:

$x(t) = A\cos(\omega_0 t + \varphi)$, где

ω_0 = циклическая частота,

$$\omega_0 = \frac{2\pi}{T},\ T = \frac{t}{n}.$$

Находим ω_0:

$$\omega_0 = \frac{2\pi n}{t} = \frac{2\pi\cdot120}{60} = 4\pi.$$

$$x(t) = 0,008\cos(4\pi t + \frac{\pi}{4})\ \text{м.}$$

17. Материальная точка массой m = 10 г совершает гармонические колебания с частотой ν = 0,2 Гц. Амплитуда колебаний равна 5 см. Определить: 1) максимальную силу, действующую на точку; 2) полную энергию колеблющейся точки.

Дано:

$m = 10$ г $= 10^{-2}$ кг
$\nu = 0,2$ Гц
$A = 5$ см $= 0,05$ м

$F_{\max}$ - ? W - ?

Решение:

Уравнение гармонических колебаний:

$X = A\cos(\omega_0 t + \varphi_0).$

Тогда скорость и ускорение колеблющейся точки

$$\upsilon = \frac{dx}{dt} = -A\omega_0\sin(\omega_0 t + \varphi_0),$$

$$a = \frac{d\upsilon}{dt} = -A^2\cos(\omega_0 t + \varphi_0).$$

По второму закону Ньютона, сила, действующая на точку

$F = ma = -A\omega_0^2 m\cos(\omega_0 t + \varphi_0),$

$F = F_{\max}$ при $a = a_{\max}$, т.е. $\cos(\omega_0 t + \varphi_0) = \pm1$.

Следовательно, учтя то, что $\omega_0 = 2\pi\nu$, найдем

$$F_{\max} = A\omega_0^2 m = 4\pi^2\nu^2 Am.$$

Полная энергия колеблющейся точки:

$$W = W_k + W_n = W_{k_{\max}} = W_{n_{\max}}.$$

$$W = \frac{1}{2}m\upsilon_{\max}^2 = \frac{kA^2}{2} = \frac{mA^2\omega_0^2}{2},\ \text{где}\ k = m\omega_0^2.$$

Следовательно,

$$W = \frac{mA^2 4\pi^2\nu^2}{2} = 2\pi^2 A^2 m\nu^2.$$

$$F_{\max} = 4\pi^2\cdot0,05\cdot10^{-2} = 0,8\ \text{мН.}$$

$$W = 10^{-2}\cdot0,005\cdot2\pi^2\cdot0,04 = 19,7\ \text{мДж.}$$

18. Обруч радиусом 19,6 см, подвешенный на гвозде, вбитом в стенку, совершает малые колебания в плоскости, параллельной стене. Найти период колебаний данного маятника.

Дано:

$R = 19,6$ см $= 0,196$ м

T - ?

Решение:

В задаче описано колебание физического маятника. Период колебаний физического маятника определяется по формуле

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{J}{mgL}},$$

где J – момент инерции относительно точки подвеса; L – расстояние от точки подвеса до центра масс.

В нашей задаче $L = R$; J определим по теореме Штейнера:

$$J = J_0 + ma^2;$$

$$J = mR^2 + mR^2 = 2mR^2.$$

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{2mR^2}{gmR}} = 2\pi\sqrt{\frac{2R}{g}} = 2\cdot3,14\sqrt{\frac{2\cdot0,196}{9,8}} = 1,256\,\text{с.}$$

Молекулярная физика. Термодинамика.

19. Сколько молекул содержится в 1 кг водорода? Какова масса молекулы водорода? Молярная масса водорода $\mu = 2\cdot 10^{-3}$ кг/моль.

Дано:	Решение:
$m = 1$ кг $\mu = 2\cdot 10^{-3}$ кг/моль	Из определения количества вещества:
$N - ?\ m_0 - ?$	$\nu = \dfrac{m}{\mu} = \dfrac{N}{N_A}, \qquad N = \dfrac{m}{\mu}N_A.$

N_A – число Авогадро;

$N_A = 6,02\cdot 10^{23}\dfrac{1}{\text{моль}}$; $N = \dfrac{6,02\cdot 10^{23}}{2\cdot 10^{-3}} = 3,01\cdot 10^{26}$.

Масса одной молекулы: $m_0 = \dfrac{\mu}{N_A} = \dfrac{2\cdot 10^{-3}}{6,02\cdot 10^{23}} = 3,32\cdot 10^{-27}$ кг.

20. В комнате объемом 64 м^3 находится воздух при 17 °С. Какая масса воздуха выйдет через форточку, если температура в комнате повышается до 20 °С.

Дано:	Решение:
$V = 64$ м^3 $T_1 = 17^0\ C = 290$ К $T_2 = 20^0\ C = 293$ К $\mu = 0,029$ кг/моль $p = 10^5$ Па	Запишем уравнение Менделеева – Клапейрона для воздуха в комнате при разных температурах: $pV = \dfrac{m_1}{\mu}RT_1$, $pV = \dfrac{m_2}{\mu}RT_2$, откуда $m_1 = \dfrac{pV\mu}{RT_1}$,
$m - ?$	$m_2 = \dfrac{pV\mu}{RT_2}$.

$R = 8,31\dfrac{\text{Дж}}{\text{моль К}}$ – универсальная газовая постоянная.

Следовательно:

$$m = m_1 - m_2 = \frac{pV\mu}{R}\left(\frac{1}{T_1} - \frac{1}{T_2}\right);\ m = \frac{10^5\cdot 64\cdot 0,029}{8,31}\left(\frac{1}{290} - \frac{1}{293}\right) = 0,79 \text{ кг.}$$

21. Определить, сколько киломолей и молекул водорода содержится в объеме 50 м^3 под давлением 767 мм рт. ст. при температуре 18 °С. Чему равны плотность и удельный объем газа?

Дано:	Решение:
$V = 50$ м^3 P = 767 мм. рт. ст. ≅ 767·133 Па $T = 291$ К $M = 2$ кг/моль	На основании уравнения Менделеева – Клайперона: $pV = \nu RT$ определим число киломолей ν, содержащихся в заданном объеме V.
$\nu - ?\ N - ?$ $\rho - ?\ d - ?$	$\nu = \dfrac{pV}{RT}$; $\nu = \dfrac{767\cdot 133\cdot 50}{8,31\cdot 10^3\cdot 291} = 2,11$ кмоль.

Число молекул N, содержащихся в данном объеме, находим, используя число Авогадро N_A (определяет какое количество молекул содержится в одном киломоле идеального газа) $N = \nu N_A$.

Подставим числовые значения $N = 2,11\cdot 6,02\cdot 10^{26} = 12,7\cdot 10^{26}$.

По определению плотность газа $\rho = m/V$.

Определим ее из уравнения Менделеева – Клапейрона:

$pV = \dfrac{m}{M}RT$; $\qquad \rho = \dfrac{pM}{RT}$.

Подставим числовые значения в единицах СИ в формулу

$\rho = \dfrac{pM}{RT}$, и определим плотность газа:

$\rho = \dfrac{767\cdot 1,33\cdot 10^2\cdot 2}{8,31\cdot 10^3\cdot 291} = 8,44\cdot 10^{-2}$ кг/м^3.

Удельный объем газа d по определению $d = \dfrac{V}{m}$.

Из уравнения Менделеева – Клапейрона: $d = \dfrac{V}{m} = \dfrac{RT}{pM}$.

Подставим численные значения: $d = \dfrac{8,31\cdot 10^3\cdot 291}{767\cdot 133\cdot 2} \approx 11,9$ (м^3/кг).

22. В сосуде объемом 2 м^3 находится смесь 4 кг гелия и 2 кг водорода при температуре 27 °С. Определить давление и молярную массу смеси газов.

Дано:

$V = 2$ м^3
$m_1 = 4$ кг
$M_1 = 4\cdot10^{-3}$ кг/кмоль
$m_2 = 2$ кг
$M_2 = 2\cdot10^{-3}$ кг/кмоль
T_1=300 К

p - ? M - ?

Решение:

Запишем уравнение Менделеева – Клапейрона для гелия (1) и водорода (2):

$$p_1V = \frac{m_1}{M_1}RT; \quad (1)$$

$$p_2V = \frac{m_2}{M_2}RT, \quad (2)$$

где p_1 – парциальное давление гелия; m_1 – масса гелия; M_1 – его молярная масса; V – объем сосуда; T – температура газа; R = 8,31Дж/(моль·К) – молярная газовая постоянная; p_2 – парциальное давление водорода; m_2 – масса водорода; M_2 – его молярная масса.

По закону Дальтона: $$p = p_1 + p_2. \quad (3)$$

Из уравнений (1) и (2) выразим p_1 и p_2 и подставим в уравнение (3):

$$p = \frac{m_1RT}{M_1V} + \frac{m_2RT}{M_2V} = \left(\frac{m_1}{M_1} + \frac{m_2}{M_2}\right)\frac{RT}{V}. \quad (4)$$

С другой стороны, уравнение Менделеева – Клапейрона для смеси газов имеет вид:

$$pV = \left(\frac{m_1 + m_2}{M}\right)RT. \quad (5)$$

Сравнивая (4) и (5) найдем молярную массу смеси газов по формуле: $$M = \frac{m_1 + m_2}{\dfrac{m_1}{M_1} + \dfrac{m_2}{M_2}} = \frac{m_1 + m_2}{\nu_1 + \nu_2}, \quad (6)$$

где ν_1 и ν_2 – число молей гелия и водорода соответственно.

$$p = \left(\frac{4}{4\cdot10^{-3}} + \frac{2}{2\cdot10^{-3}}\right)\cdot\frac{8,31\cdot300}{2} \approx 2,5\cdot10^6 \text{ Па}.$$

$$M = \frac{4+2}{\dfrac{4}{4\cdot10^{-3}} + \dfrac{2}{2\cdot10^{-3}}} = 3\cdot10^{-3} \text{ кг/моль}.$$

23. Чему равны средние кинетические энергии поступательного и вращательного движения молекул, содержащихся в 2 кг водорода при температуре 400 К.

Дано:

m = 2 кг
T = 400 К
$M = 2\cdot10^{-3}$ кг/моль

$<W_{\text{пост}}>$ - ?
$<W_{\text{вр}}>$ - ?

Решение:

Будем считать водород идеальным газом. Молекула водорода – двухатомная. Связь между атомами считаем абсолютно жесткой, поэтому число степеней свободы молекулы водорода равно 5. В среднем на одну степень свободы приходится энергия: $<W_i> = \frac{kT}{2}$. Поступательному движению соответствует три ($i_{\text{пост.}} = 3$), а вращательному две ($i_{\text{вращ.}} = 2$) степени свободы. Тогда энергия одной молекулы: $<W_{\text{пост}}> = \frac{3}{2}kT$, $<W_{\text{вр}}> = \frac{2}{2}kT$.

Число молекул, содержащихся в массе газа m: $N = \nu N_A = \frac{m}{M}N_A$,

где ν – число молей, N_A – число Авогадро. Тогда средняя кинетическая энергия поступательного движения молекул водорода будет:

$$<W_{\text{пост}}> = \frac{m}{M}N_A\frac{3}{2}kT = \frac{3}{2}\frac{m}{M}RT, \quad (1)$$

где $R = kN_A$ – универсальная газовая постоянная.

Средняя кинетическая энергия вращательного движения молекул водорода:

$$<W_{\text{вр}}> = \frac{m}{M}RT. \quad (2)$$

Подставляя числовые значения в формулы (1) и (2), получим:

$$<W_{\text{пост}}> = \frac{3\cdot2\cdot8,31\cdot400}{2\cdot2\cdot10^{-3}} = 49,86\cdot10^5(\text{Дж}) = 4986\,\text{кДж};$$

$$<W_{\text{вр}}> = \frac{2\cdot8,31\cdot400}{2\cdot10^{-3}} = 33,24\cdot10^5(\text{Дж}) = 3324\ \text{кДж}.$$

24. При изотермическом расширении азота массой $m = 100$ г, имевшего температуру $T = 280$ К, его объем увеличился в три раза. Найти: работу совершенную газом при расширении; изменение внутренней энергии газа; количество теплоты, сообщенное телу.

Дано:

$\mu = 28\cdot10^{-3}$ кг/моль

$T = 280\,\text{K}$

$V_2/V_1 = 3$

$m = 0{,}1\,\text{кг}$

$R = 8{,}31\dfrac{\text{Дж}}{\text{моль К}}$

$A - ?,\ \ \Delta U - ?,\ \ Q - ?$

Решение:

Из уравнения Менделеева – Клапейрона

$pV = \dfrac{m}{\mu}RT$ находим давление:

$$p = \frac{mRT}{\mu V}.$$

При изотермическом процессе (T = const) работа газа:

$$A = \int_{V_1}^{V_2} p\,dV = \int_{V_1}^{V_2}\frac{m}{\mu}RT\frac{dV}{V} = \frac{m}{\mu}RT\int_{V_1}^{V_2}\frac{dV}{V} = \frac{m}{\mu}RT\ln\frac{V_2}{V_1}.$$

$$A = \frac{0{,}1}{28\cdot10^{-3}}8{,}31\cdot280\ln3 = 9{,}13\cdot10^{3}\,\text{Дж} = 9{,}13\ \text{кДж}.$$

Изменение внутренней энергии $\Delta U = 0$, так как (T = const). Следовательно, согласно первому началу термодинамики сообщенное газу количество теплоты $Q = A = 9{,}13\,\text{кДж}$.

25. При адиабатическом сжатии кислорода массой $m = 1$ кг совершается работа $A_{сж} = 100$ кДж. Какова будет конечная температура T_2 газа, если до сжатия кислород находился при температуре $T_1 = 300$ К.

Дано:

$i = 5,\ m = 1$ кг

$\mu = 32\cdot10^{-3}$ кг/моль

$A_{c;} = 100\,\text{кДж} = 10^5\,\text{Дж}$

$T_1 = 300$ К

$T_2 - ?$

Решение:

Для адиабатического процесса ($Q = 0$) работа расширения совершается за счет убыли внутренней энергии.

$$A = -\Delta U = -\frac{m}{\mu}C_V\left(T_2 - T_1\right) = \frac{m}{\mu}\frac{i}{2}R\left(T_1 - T_2\right).$$

Работа адиабатического сжатия:

$$A_{сж} = -A = \frac{m}{\mu}\frac{i}{2}R\left(T_2 - T_1\right).$$

Откуда:

$$T_2 - T_1 = \frac{2A_{сж}\mu}{imR};$$

$$\Delta T = T_2 - T_1 = \frac{2\cdot10^5\cdot32\cdot10^{-3}}{5\cdot8\cdot31} = 154\ \text{K};$$

$$T_2 = T_1 + \Delta T = 300 + 154 = 454\ \text{K}.$$

Электростатика

26. α-частица представляет собой ядро атома гелия. Она имеет массу $\boldsymbol{m} = 6{,}64\cdot10^{-27}$ кг и заряд $\boldsymbol{q} = +2\boldsymbol{e} = 3{,}2\cdot10^{-19}$ Кл. Найдите отношение модулей силы электрического отталкивания двух α-частиц и силы гравитационного притяжения.

Дано:
$m = 6{,}64\cdot10^{-27}$ кг
$q = +2e = 3{,}2\cdot10^{-19}$ Кл

$\dfrac{F_e}{F_{гр}}$ - ?

Решение:
Сила электрического притяжения находится из закона Кулона:

$$F_e = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q^2}{r^2},$$

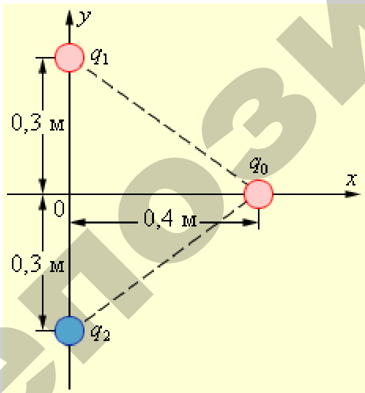
где $\varepsilon_0 = 8{,}85\cdot10^{-12}$ Кл^2/(Н·м^2) – электрическая постоянная, r – расстояние между α-частицами.
Сила гравитационного притяжения находится из закона всемирного тяготения:

$$F_{гр} = G\frac{m^2}{r^2}.$$

Здесь $G = 6{,}672\cdot10^{-11}$ Н·м/кг^2.
Отношение $F_e / F_{гр}$ равно

$$\frac{F_e}{F_{гр}} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0 G}\frac{q^2}{m^2} = 3{,}1\cdot10^{35}.$$

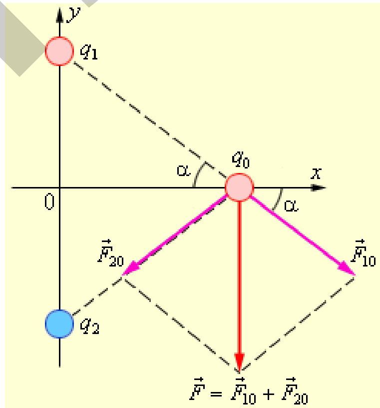
27. На рисунке изображено взаимное расположение трех точечных зарядов $\boldsymbol{q}_1 = +2{,}0\cdot10^{-6}$ Кл, $\boldsymbol{q}_2 = -2{,}0\cdot10^{-6}$ Кл и $\boldsymbol{q}_0 = +4{,}0\cdot10^{-6}$ Кл и указаны расстояния между зарядами. Определите модуль и направление результирующей силы, действующей на заряд $\boldsymbol{q}_0$ со стороны зарядов $\boldsymbol{q}_1$ и $\boldsymbol{q}_2$.



Дано:
$q_1 = +2{,}0\cdot10^{-6}$ Кл
$q_2 = -2{,}0\cdot10^{-6}$ Кл
$q_0 = +4{,}0\cdot10^{-6}$ Кл

F - ?

Решение:
Расстояния между зарядами q_0 и q_1, q_0 и q_2 одинаковы и равны $r = 0{,}5$ м. На заряд q_0 со стороны заряда q_1 действует кулоновская сила отталкивания $\vec{F}_{10}$, а со стороны заряда q_1 – сила притяжения $\vec{F}_{20}$. Эти силы одинаковы по модулю и направлены вдоль прямых линий, на которых располагаются взаимодействующие заряды (см. рис.):



$$F_{10} = F_{20} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_0|q|}{r^2} = 0{,}29 \text{ Н}.$$

Здесь $|q| = q_1 = |q_2|$. Результирующая сила $\vec{F}$, действующая на заряд q_0 равна векторной сумме сил $\vec{F}_{10}$ и $\vec{F}_{20}$. При сложении составляющие этих сил по оси x взаимно компенсируются, а составляющие по оси y, имеющие одинаковые знаки, суммируются.
Модуль результирующей силы $\vec{F}$ будет равен

$F = 2F_{10}\sin\alpha = 2\cdot0{,}6\cdot F_{10} = 0{,}35$ Н.

Таким образом, результирующая сила $\vec{F}$, действующая на заряд q_0, направлена антипараллельно оси y и равна по модулю 0,35 Н.

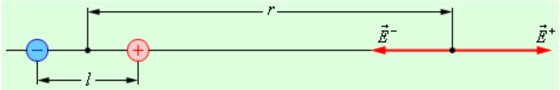
28. Молекула воды H_2O представляет собой электрический диполь с дипольным моментом $p = 6{,}2\cdot10^{-30}$ Кл·м. Определите напряженность электрического поля, создаваемого молекулой воды в точке, расположенной на расстоянии $\boldsymbol{r} = 1{,}1\cdot10^{-8}$ м от молекулы на оси диполя.

Дано:

$p = 6{,}2 \cdot 10^{-30}$ Кл·м
$r = 1{,}1 \cdot 10^{-8}$ м

E - ?

Решение:



Расстояние r превышает размер молекулы. Электрическое поле молекулы воды аналогично электрическому полю двух точечных зарядов q и $-q$, расположенных на некотором расстоянии l, которое по порядку величины равно диаметру молекулы.
Эти заряды образуют электрический диполь, дипольный момент которого по определению равен $p = qe$. На основании закона Кулона и принципа суперпозиции электростатических полей можно записать (см. рисунок).

$$E = E^{+} - E^{-} = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\left[\frac{1}{\left(r-\frac{l}{2}\right)^2} - \frac{1}{\left(r+\frac{l}{2}\right)^2}\right] = \frac{2qlr}{4\pi\varepsilon_0\left(r^2-\frac{l^2}{4}\right)^2} = \frac{pr}{2\pi\varepsilon_0\left(r^2-\frac{l^2}{4}\right)^2}.$$

Принимая во внимание $r >> l$, получим окончательно

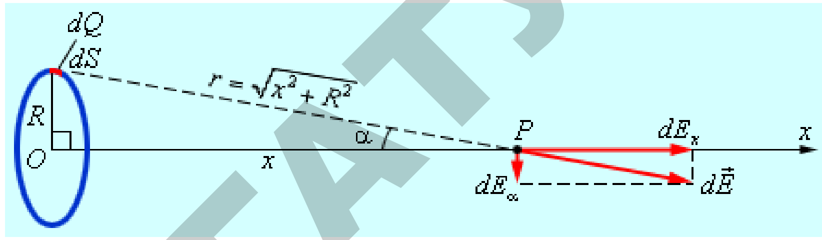
$$E = \frac{p}{2\pi\varepsilon_0 r^3}.$$

Подстановка числовых значений дает:

$$E = 8{,}4 \cdot 10^4 \text{ Н/Кл}.$$

Таким образом, электрическое поле диполя на значительных расстояниях изменяется прямо пропорционально $\frac{1}{r^3}$.

29. Электрический заряд $\boldsymbol{Q}$ равномерно распределен по тонкому кольцу радиуса $\boldsymbol{R}$. Найдите электрическое поле $\vec{E}$ в точке $\boldsymbol{P}$, лежащей на оси кольца на расстоянии $\boldsymbol{x}$ от его центра. Во сколько раз электрическое поле заряженного кольца в точке $\boldsymbol{P}$ при $\boldsymbol{x} = \boldsymbol{R}$ отличается от кулоновского поля, создаваемого точечным зарядом $\boldsymbol{Q}$ на расстоянии $\boldsymbol{R}$?



Решение:

Общий прием решения задач по определению электрического поля **непрерывного** распределения зарядов состоит в разбиении заряженного тела на элементарные объемы, размер которых много меньше расстояния до точки наблюдения. Электрическое поле зарядов, попавших в элементарные объемы, может быть найдено по закону Кулона. Полное поле находится по принципу суперпозиции как векторная сумма элементарных полей.
Рассмотрим малый элемент ds заряженного кольца. Заряд dQ этого элемента равен $\frac{Q}{2\pi R}dS$. Модуль вектора напряженности электрического поля, создаваемого зарядом dQ в точке P, равен

$$dE = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{dQ}{x^2+R^2}.$$

Составляющая этого поля вдоль оси x есть

$$dE_x = dE\cos\alpha = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{dQ}{x^2+R^2}\cdot\frac{x}{\sqrt{x^2+R^2}} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{xdQ}{\left(x^2+R^2\right)^{3/2}}.$$

При суммировании составляющих dE_x, создаваемыми всеми элементами ds заряженного кольца, получим:

$$E_x = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{xQ}{\left(x^2+R^2\right)^{3/2}}.$$

Суммирование составляющих $dE_{\perp}$, перпендикулярных оси кольца, в силу симметрии задачи даст нулевое значение поля $E_{\perp}$.

Обратите внимание, что на больших расстояниях, т. е. при $x >> R$, поле заряженного кольца совпадает с кулоновским полем заряда Q:

$$E_x = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q}{x^2}.$$

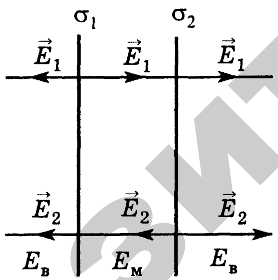
При $x = R$ электрическое поле заряженного кольца выражается формулой

$$E_x = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q}{R^2}\frac{1}{2^{3/2}}.$$

Это поле отличается от кулоновского поля, создаваемого точечным зарядом Q на расстоянии R, в $2^{3/2} \approx 2{,}8$ раза.

30. Найдите разность потенциалов между двумя безграничными заряженными проводящими параллельными пластинами, заряженных зарядами с поверхностными плотностями $\sigma_1 = 6\cdot10^{-9}$ Кл/м^2 и $\sigma_2 = 2\cdot10^{-9}$ Кл/м^2 и расположенных на расстоянии $\boldsymbol{d}$ = 40 см друг от друга.

Дано:	**Решение:**
$\sigma_1 = 6\cdot10^{-9}$ Кл/м^2 $\sigma_2 = 2\cdot10^{-9}$ Кл/м^2 d = 40 см	По принципу суперпозиции, электрическое поле в пространстве между пластинами равно векторной
$\Delta\varphi$ - ?	



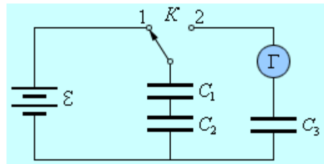
сумме полей обеих пластин. Поскольку обе пластины заряжены положительным зарядом, электрические поля, создаваемые пластинами в пространстве между ними, направлены в противоположные стороны.
Примем за положительное направление от первой пластины ко второй. Тогда

$$E = E_1 + E_2 = \frac{1}{2\varepsilon_0}(\sigma_1 - \sigma_2) = 226 \text{ Н/Кл}\cdot$$

По определению, разность потенциалов $\Delta\varphi_{12}$ равна работе электрического поля по перемещению единичного положительного заряда из точки 1 в точку 2:
$\Delta\varphi_{12} = E \cdot d = 226 \cdot 0{,}4 = 90{,}4$ Н·м/Кл = 90,4 В.

31. Конденсаторы $\boldsymbol{C}_1$ = 6 мкФ и $\boldsymbol{C}_2$ = 4 мкФ при помощи ключа $\boldsymbol{K}$ подсоединяются сначала к источнику тока с ЭДС ε = 124 В, а потом к незаряженному конденсатору $\boldsymbol{C}_3$ = 10 мкФ. Какой заряд $\boldsymbol{q}$ протечет через гальванометр Г (см. рис.).

Дано:	**Решение:**
C_1 = 6 мкФ C_2 = 4 мкФ $\mathcal{E}$ = 124 В C_3 = 10 мкФ	Результирующая емкость C последовательно соединенных конденсаторов C_1 и C_2 равна
q_3 - ?	



$$C = \frac{C_1C_2}{C_1 + C_2}.$$

При подсоединении к батарее (ключ K в положении 1) конденсатор C приобретает заряд q_0, равный

$$q_0 = \mathcal{E}C = \frac{\mathcal{E}C_1C_2}{C_1 + C_2}.$$

При замыкании конденсатора C на конденсатор C_3 заряд q_0 распределится между ними так, что

$$q + q_3 = q_0.$$

Конденсаторы C и C_3 после переброса ключа K в положение 2 оказываются соединенными параллельно, следовательно, разность потенциалов на этих конденсаторах одна и та же –

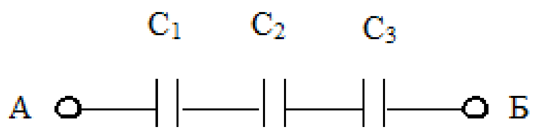
$$U = U_3 = \frac{q}{C} = \frac{q_3}{C_3}.$$

Решая совместно полученные уравнения, можно найти q_3:

$$q_3 = \frac{q_0C_3(C_1 + C_2)}{C_1C_2 + C_1C_3 + C_2C_3} = \frac{\mathcal{E}C_1C_2C_3}{C_1C_2 + C_1C_3 + C_2C_3} = 240 \text{ мкКл}\cdot$$

Через гальванометр протечет заряд q_3 = 240 мкКл.

32. Разность потенциалов между точками А и Б (рис.) равна 24 В. Определите напряжение на конденсаторе C_1, если $C_1 = 2C_2 = 3C_3$.



Дано:	**Решение:**
$\Delta\varphi = U = 24$ В; $C_1 = 2C_2 = 3C_3$.	Конденсаторы соединены последовательно. В этом случае общая электроемкость рассматриваемой схемы ($C_{общ}$) определяется следующим образом:
U_1 — ?	

$$\frac{1}{C_{общ}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3}. \quad (1)$$

При последовательном соединении конденсаторов заряды на обкладках всех конденсаторов одинаковы; пусть они равны Q. Электроемкость конденсатора (C), разность потенциалов или напряжение между обкладками конденсатора (U) и заряд обкладок (Q), как известно, связаны соотношением:

$$C = \frac{Q}{U}. \quad (2)$$

Учитывая вышесказанное, справедливо соотношение:

$$C_1 \cdot U_1 = C_2 \cdot U_2 = C_3 \cdot U_3 = C_{общ} \cdot U = Q, \quad (3)$$

где U_1, U_2, U_3 — напряжение на обкладках конденсаторов C_1, C_2 и C_3 сответственно. Из выражения (3) следует, что $U_2 = U_1 \cdot \frac{C_1}{C_2}$, а $U_3 = U_1 \cdot \frac{C_1}{C_3}$. Учитывая соотношения электроемкостей конденсаторов, находим $U_2 = 2U_1$, $U_3 = 3U_1$. Сумма напряжений между обкладками всех конденсаторов равна напряжению или разности потенциалов между точками *А* и *Б*: $U = U_1 + U_2 + U_3 = 6U_1 = 24$ В. Откуда находим $U_1 = 4$ В.

33. Определить расстояние d между пластинами плоского конденсатора, если между ними приложена разность потенциалов 150 В, причем площадь каждой пластины 100 см^2, ее заряд 10 нКл. Диэлектриком служит слюда ($\varepsilon = 7$).

Дано:	**Решение:**
$\Delta\varphi = 150$ В; $S = 100$ см^2; $Q = 10$ нКл; $\varepsilon = 7$	Электроемкость (C) любого конденсатора определяется соотношением: $C = \frac{Q}{\Delta\varphi}$. (1).
d — ?	

Электроемкость плоского конденсатора $C = \frac{\varepsilon \cdot \varepsilon_0 \cdot S}{d}$, тогда $\frac{Q}{\Delta\varphi} = \frac{\varepsilon \cdot \varepsilon_0 \cdot S}{d}$. Из последнего выражения находим $d = \frac{\varepsilon \cdot \varepsilon_0 \cdot S \cdot \Delta\varphi}{Q}$ (2), где $\varepsilon_0 = 8{,}85 \cdot 10^{-12}$. Ф/м — электрическая постоянная. Численные данные задачи переведем в СИ: $S = 100$ см$^2 = 100 \cdot 10^{-4}$ м$^2 = 10^{-2}$ м^2; $Q = 10$ нКл $= 10^{-8}$ Кл, а затем подставим в формулу (2) и получим $92{,}9 \cdot 10^{-4}$ м = 9,29 мм.

34. Два последовательно соединенных конденсатора подключены к источнику постоянного напряжения. Отношение емкостей конденсаторов $C_1/C_2 = 2$. Определить отношение соответствующих энергий W_1/W_2 этих конденсаторов.

Дано:	**Решение:**
$C_1/C_2 = 2$	Энергия конденсатора определяется по одной из следующих формул: $W = \frac{Q^2}{2C}$, $W = \frac{CU^2}{2}$, $W = \frac{Q \cdot U}{2}$.
W_1/W_2 — ?	

Конденсаторы соединены последовательно, поэтому их обкладки несут одинаковый заряд, скажем Q. Для решения задачи применим первую из приведенных формул, тогда $\frac{W_1}{W_2} = \frac{C_2}{C_1}$;

откуда находим $\frac{W_1}{W_2} = 0{,}5$.

Постоянный электрический ток

35. Последовательно соединенные 5 лампочек, на которых написано «110 Вт, 220 В», включены в сеть напряжением 220 В. Определить силу тока в этой цепи. Зависимостью сопротивления спирали лампочки от температуры пренебречь.

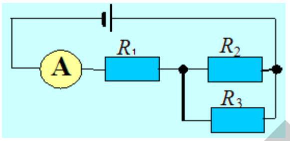
Дано:
$n = 5$,
$P = 110$ Вт,
$U = 220$ В

I — ?

Решение:

Мощность лампочки $P = \frac{U^2}{R}$, где R — сопротивление спирали одной лампочки; найдем его: $R = \frac{U^2}{P}$. Подставив численные значения, получим $R = 440$ Ом. Искомую силу тока в цепи найдем исходя из закона Ома: $I = \frac{U}{R_{общ}}$, где $R_{общ} = n\ R$. Подстановка численных значений дает $I = 0,1$ А.

36. Определить силу тока, показываемую амперметром в схеме, приведенной на рис. Напряжение (U) на зажимах элемента в замкнутой цепи равно 4 В. Сопротивления $R_1 = 4$ Ом, $R_2 = 8$ Ом, $R_3 = 12$ Ом. Сопротивлением амперметра пренебречь.



Дано:
$U = 4$ В, $R_1 = 4$ Ом,
$R_2 = 8$ Ом, $R_3 = 12$ Ом,
$r_{амп.} = 0$

$I_{амп.}$ — ?

Решение:

Силу тока, показываемую амперметром, найдем исходя из закона Ома для однородного участка цепи:

$$I_{амп} = \frac{U}{R_{общ.}} \cdot R_{общ} = R_1 + R_{2,3} = R_1 + \frac{R_2 \cdot R_3}{R_2 + R_3} \cdot$$

После подстановки численных значений, находим $I_{амп.} = 0,454$ А.

37. Сила тока i в проводнике изменяется со временем по закону $i = t + 3t^2$. Какое количество электричества пройдет через поперечное сечение проводника за время от $t_1 = 2$ с до $t_2 = 5$ с?

Дано:
$i = t + 3t^2$, $t_1 = 2$ с,
$t_2 = 5$ с,
$t = t_2 - t_1$

$Q(t)$ — ?

Решение:

$i(t) = \frac{dq}{dt}$, тогда $dq = i(t) \cdot dt$, а искомая величина $Q(t) = \int_{t_1}^{t_2} i(t)dt$.

Подставим в последнее выражение функцию $i(t)$:

$$\int_{t_1}^{t_2} i(t)dt = \int_{t_1}^{t_2} tdt + 3\int_{t_1}^{t_2} t^2 dt = \frac{t^2}{2}\Big|_{t_1}^{t_2} + 3\left(\frac{t^3}{3}\right)\Big|_{t_1}^{t_2}.$$

Подставим значения t_1 и t_2: $\left(\frac{25}{2} - \frac{4}{2}\right) + (125 - 8) = 127,5$ Кл.

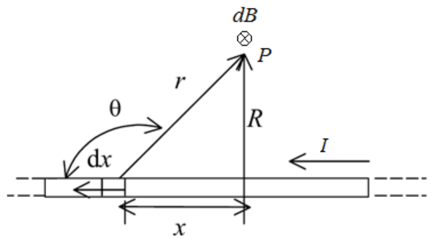
Магнитное поле постоянного электрического тока в вакууме

38. По длинной прямой проволоке течет постоянный ток силой $I = 2\,\text{А}$. Найти магнитную индукцию в точке, удаленной от проволоки на расстояние $R = 3\,\text{м}$.

Дано:
$I = 2$ А
$R = 3$ м
B -?

Решение:

Рассмотрим элемент тока длиной dx. Величина вклада dB этого элемента в магнитное поле в точке P по закону Био-Савара-Лапласа $dB = \frac{\mu_0 I}{4\pi}\frac{\sin\theta}{r^2}dx$, где r – расстояние от элемента тока до точки P, θ – угол между направлением тока и отрезком, соединяющим dx и точку P, $\mu_0 = 4\pi 10^{-7}$ Гн/м – магнитная постоянная. Направление вектора dB определяется по правилу правого буравчика: если буравчик вращать, так чтобы направление его поступательного движения совпадало с направлением тока, то направление вращения ручки буравчика укажет направление вектора магнитного поля. Таким образом, вектора dB от всех элементов провода направлены одинаково – перпендикулярно к плоскости рисунка от нас (на рисунке такое направление обозначается $\otimes$). Поэтому, согласно принципу суперпозиции магнитных полей, чтобы вычислить магнитное поле B, которое создает вся проволока в точке P, нужно вычислить интеграл



$$B = \int dB = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\mu_0 I}{4\pi}\frac{\sin\theta}{r^2}dx \cdot$$

Переменные x, θ и r зависят друг от друга. Из рисунка видно, что $\sin\theta = \sin(\pi - \theta) = \frac{R}{r}$, и $r = \frac{R}{\sin\theta}$. Замечаем, что

$\text{tg}(\pi - \theta) = \frac{R}{x}$, тогда $x = -R\cdot\text{ctg}\theta$, отсюда путем дифференцирования получаем $dx = -\frac{R}{\sin^2\theta}d\theta$. Учтем, что при изменении x от $-\infty$ до ∞ угол θ изменяется от π до 0. Подставив, выражения для r и dx в интеграл получим

$$B = -\frac{\mu_0 I}{4\pi}\int_{\pi}^{0}\sin\theta\frac{1}{\left(\frac{R}{\sin\theta}\right)^2}\frac{R}{\sin^2\theta}d\theta = -\frac{\mu_0 I}{4\pi}\int_{\pi}^{0}\frac{\sin\theta}{R}d\theta = \frac{\mu_0 I}{4\pi}\cos\theta\Big|_{\pi}^{0} = \frac{\mu_0 I}{2\pi R}\cdot$$

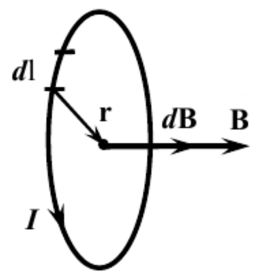
Подставляя, численные значения тока и расстояния получаем, окончательно $B = \frac{4\pi 10^{-7}\cdot 2}{2\pi\cdot 3} = 1.3\cdot 10^{-7}$ Тл.

39. По круговому витку течет постоянный ток силой $I = 6$ А. Радиус витка равен $r = 10$ см. Определить магнитную индукцию $\boldsymbol{B}$ поля, создаваемого этим током в центре витка.

Дано:
$I = 6$ А
$r = 0{,}1$ м
B -?

Решение:

Каждый элемент тока dl создает в центре витка магнитное поле $d\mathbf{B}$, величина которого определяется по закону Био-Савара-Лапласа



$dB = \frac{\mu_0 I}{4\pi}\frac{\sin\theta}{r^2}dl$, θ – угол между dl и радиусом-вектором $\boldsymbol{r}$, соединяющим центр кольца и элемент тока. Как следует из рисунка, $\theta = \pi/2$ и $\sin\theta = 1$. По правилу буравчика (см. предыдущую задачу), получаем, что все элементы кругового проводника с током создают в центре витка магнитные поля одинакового направления – вдоль нормали к плоскости витка. Поэтому, согласно принципу суперпозиции магнитных полей, чтобы вычислить магнитное поле B, которое создает весь виток в центре, нужно вычислить интеграл

$$B = \int dB.$$

Подставив в эту формулу выражение для dB, получаем $B = \int \frac{\mu_0 I}{4\pi}\frac{1}{r^2}dl = \frac{\mu_0 I}{4\pi}\frac{1}{r^2}\int dl$. Интеграл $\int dl$ представляет собой длину витка, то есть $\int dl = 2\pi r$. Тогда

$$B = \frac{\mu_0 I}{2}\frac{1}{r}.$$

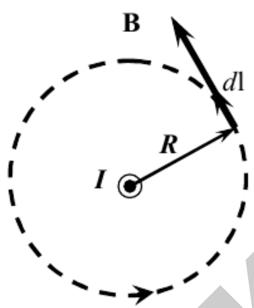
Подставим числовые значения $B = \frac{4\pi 10^{-7}\cdot 6}{2\cdot 0,1} = 3,7\cdot 10^{-6}$ Тл.

40. По длинной прямой проволоке течет постоянный ток силой I. Найти магнитную индукцию в точке, удаленной от проволоки на расстояние R. Задачу решить с помощью закона полного тока.

Дано:
I
R
B -?

Решение:

Пусть ток направлен перпендикулярно чертежу на нас. Опишем вокруг тока круговой контур радиусом R (на рисунке показан штриховой линией). Чтобы воспользоваться законом полного тока, выберем направление обхода по контуру, которое связано с направлением тока правилом буравчика: если вращать рукоятку буравчика по направлению обхода контура, то его поступательное движение должно быть направлено по току. По закону полного тока имеем



$$\oint \mathbf{Bdl} = \mu\mu_0 I,$$

где I – ток, охваченный контуром, μ – магнитная проницаемость среды (в вакууме $\mu = 1$), μ_0 – магнитная постоянная. По правилу буравчика определяем, что магнитное поле в точках контура

направлено по касательной к контуру, то есть направления векторов $\mathbf{dl}$ и $\mathbf{B}$ совпадают, тогда скалярное произведение этих векторов равно произведению их модулей $\mathbf{Bdl} = Bdl$. Тогда закон полного тока примет вид

$$\oint Bdl = \mu_0 I.$$

Так как контур круговой, то расстояние от тока до элементов контура dl постоянно, значит магнитное поле в точках контура постоянно по величине, обозначим его B. Значит, величину магнитного поля можно вынести за знак интеграла

$$B\oint dl = \mu_0 I.$$

Интеграл $\oint dl$ равен длине контура, то есть $\oint dl = 2\pi R$. Тогда $B 2\pi R = \mu_0 I$, и окончательно $B = \frac{\mu_0 I}{2\pi R}$.

Действие магнитного поля на движущиеся заряды и проводники с током

41. В однородном магнитном поле с индукцией $B = 0,2$ Тл находится прямой проводник длиной $l = 15$ см, по которому течет ток $I = 5$ А. На проводник действует сила $F = 0,13$ Н. Найти угол α между направлением тока и вектором индукции.

Дано:

$B = 0,2$ Тл

$l = 0,15$ м

$I = 5$ А

$F = 0,13$ Н

α -?

Решение:

По закону Ампера сила, действующая на элемент проводника $d\mathbf{l}$ с током I в магнитном поле $\mathbf{B}$, определяется формулой

$$d\mathbf{F} = Id\mathbf{l} \times \mathbf{B}. \qquad (1)$$

Направление этой силы определяется правилом правого буравчика: если рукоятку буравчика вращать от конца вектора $d\mathbf{l}$ к концу вектора $\mathbf{B}$ по кратчайшему расстоянию, то направление поступательного движения буравчика укажет направление вектора $d\mathbf{F}$. Раскрывая векторное произведение в (1), получаем

$$F = IlB \sin\alpha,$$

где α – угол между $\mathbf{B}$ и $d\mathbf{l}$. Отсюда находим $\sin\alpha = \dfrac{F}{IlB}$, тогда $\alpha = arc\sin\dfrac{F}{IlB}$. Подставив численные значения, имеем $\alpha = \arcsin(\dfrac{0,13}{5 \cdot 0,2 \cdot 0,15}) = 60^o$.

42. По прямому горизонтально расположенному проводу пропускают ток силой $I_1 = 10$ А. Под ним на расстоянии $R = 1,5$ см находится параллельный ему алюминиевый провод, по которому течет ток силой $I_2 = 1,5$ А. Определить, какой должна быть площадь поперечного сечения алюминиевого провода, чтобы он удерживался в равновесии. Плотность алюминия $\rho = 2,7$ г/см^3.

Дано:

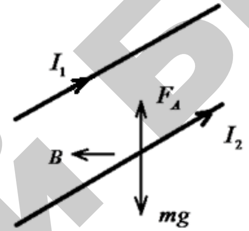
$I_1 = 10$ А

$R = 0,015$ м

$I_2 = 1,5$ А

$\rho = 2,7 \cdot 10^3$ кг/м^3

S -?



Решение:

На алюминиевый проводник со стороны магнитного поля действует сила Ампера F_A, направленная вверх, со стороны гравитационного поля действует сила тяжести mg, направленная вниз. Алюминиевый проводник будет в равновесии, если эти силы компенсируют друг друга

$$F_A = mg. \qquad (1)$$

Верхний провод на расстоянии R создает магнитное поле $B = \dfrac{\mu_0 I_1}{2\pi R}$. Пусть длина алюминиевого провода равна L. По закону Ампера со стороны магнитного поля на алюминиевый провод действует сила $F_A = BLI_2$.

Если площадь поперечного сечения проводника равна S, то его объем $V = SL$, тогда масса проводника $m = SL\rho$. Тогда условие равновесия (1) дает

$$\frac{\mu_0 I_1}{2\pi R} I_2 L = LS\rho g.$$

Отсюда получаем

$$S = \frac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi R \rho g}.$$

Подставив числовые значения, имеем

$$S = \frac{4\pi 10^{-7} 10 \cdot 1,5}{2\pi \cdot 0,015 \cdot 2,7 \cdot 10^3 \cdot 9,8} = 7,55 \cdot 10^{-9} \text{ м}^2.$$

43. В однородное магнитное поле вносится длинный вольфрамовый стержень (магнитная проницаемость вольфрама $\mu = 1,0176$). Определить какая доля магнитного поля B в этом стержне определяется молекулярными токами.

Дано:

$\mu = 1{,}0176$

$\dfrac{B'}{B}$ -?

Решение:

Магнитное поле внутри стержня складывается из внешнего магнитного поля и магнитного поля молекулярных токов в стержне. Соответственно, индукция этого поля определяется суммой намагничения J и внешнего магнитного поля H

$$B = \mu_0 H + \mu_0 J .$$

Молекулярными токами определяется намагничение, значит, обусловленная ими часть магнитного поля равна $B' = \mu_0 J$. Поскольку $J = \chi H$, где $\chi = \mu - 1$ – магнитная восприимчивость сердечника, то $B' = \mu_0(\mu - 1)H$.

Учтем, что полное магнитное поле внутри сердечника также можно выразить с помощью магнитной проницаемости $B = \mu_0 \mu H$. Тогда имеем окончательно

$$\frac{B'}{B} = \frac{\mu_0(\mu-1)H}{\mu_0 \mu H} = \frac{\mu - 1}{\mu}.$$

Численные расчеты дают $\dfrac{B'}{B} = \dfrac{1{,}0176 - 1}{1{,}0176} = 0.0173$.

44. Электрон, пройдя ускоряющую разность потенциалов $U = 400\,\text{В}$, попал в однородное магнитное поле напряженностью $H = 1$ кА/м. Определить радиус R кривизны траектории и частоту ν обращения электрона в магнитном поле. Вектор скорости перпендикулярен линиям поля.

Дано:

$U = 400\,\text{В}$

$H = 1000$ А/м

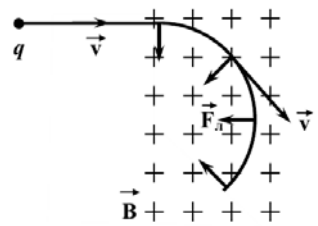
$q = 1{,}9 \cdot 10^{-19}$ Кл

R - ?

ν -?

Решение:

На движущийся в магнитном поле заряд действует сила Лоренца $F_л$ (действием силы тяжести можно пренебречь). Сила Лоренца перпендикулярна вектору скорости и, следовательно, сообщает электрону нормальное (центростремительное) ускорение, при этом величина скорости остается постоянной. По второму закону Ньютона



$$F_л = m a_н , \qquad (1)$$

где $a_н$ – нормальное ускорение.

Пусть скорость электрона равна υ, радиус круговой траектории R, тогда $a_н = \dfrac{\upsilon^2}{R}$. Модуль силы Лоренца действующей на заряд q в магнитном поле B, определяется формулой $F_л = Bq\upsilon \sin\alpha$, где α – угол между скоростью частицы и вектором магнитной индукции. Так как вектор скорости перпендикулярен линиям поля, то $\sin\alpha = 1$.

Учтем, что в вакууме $B = \mu_0 H$, где μ_0 – магнитная постоянная. Тогда второй закон Ньютона (1) дает

Получаем выражение для радиуса траектории

$$R = \frac{m\upsilon}{\mu_0 H q}. \qquad (2)$$

Чтобы найти скорость частицы, воспользуемся законом сохранения энергии. Учтем, что электрон прошел ускоряющую разность потенциалов U, при этом электрическое поле совершило работу qU. Эта работа пошла на увеличение кинетической энергии электрона

$qU = \frac{m\upsilon^2}{2}$.

Тогда

$$\upsilon = \sqrt{\frac{2qU}{m}}. \qquad (3)$$

С помощью (2) и (3) находим радиус траектории

$$R = \frac{1}{\mu_0 H}\sqrt{\frac{2mU}{q}}. \qquad (4)$$

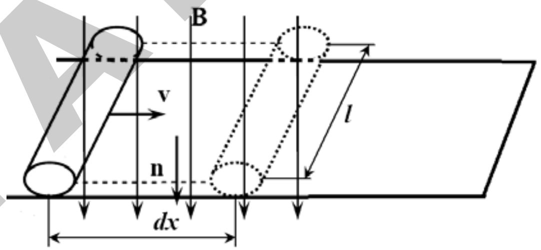
Чтобы найти частоту обращения электрона, учтем, что $\nu = \frac{1}{T}$, где T – период обращения частицы, то есть время, за которое частица проходит путь $2\pi R$. Тогда получаем $T = \frac{2\pi R}{\upsilon}$, для частоты имеем $\nu = \frac{\upsilon}{2\pi R}$. С учетом (3) и (4) получаем

$$\nu = \frac{\mu_0 qH}{2\pi m}. \qquad (5)$$

Вычисления по формулам (4) и (5) дают R = 0,0537 м, $\nu = 3{,}5\cdot 10^7$ с.

Электромагнитная индукция

45. Одна сторона прямоугольного проволочного контура может скользить по двум другим. Длина подвижной части равна l = 1,5 м. Контур помещен в магнитное поле с индукцией $B = 0{,}2$ Тл. Найти электродвижущую силу индукции (ЭДС) в контуре, если линии магнитного поля перпендикулярны плоскости контура и подвижная часть движется равномерно со скоростью υ = 3 м/с.



Дано:	Решение:
$l = 1{,}5$ м	По закону электромагнитной индукции Фарадея имеем
$B = 0{,}2$ Тл	
υ = 3 м/с	
ε -?	

$$\varepsilon = -\frac{d\Phi}{dt},$$

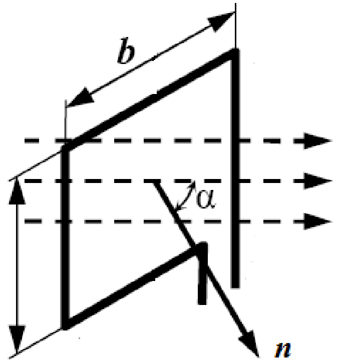
где ε – ЭДС индукции, Φ – поток магнитной индукции. Изменение магнитного потока $d\Phi$ в данном случае происходит за счет уменьшения площади контура dS. Магнитный поток, пронизывающий контур площадью S, определяется формулой $\Phi = BS\cos\alpha$, где α – угол между вектором **B** и нормалью к контуру **n**. Так как линии магнитного поля перпендикулярны плоскости контура, то $\cos\alpha = 1$. Тогда изменение потока при движении проводника $d\Phi = BdS$. Из рисунка видно, что уменьшение площади контура $dS = ldx$. Тогда модуль ЭДС найдем по формуле $\varepsilon = \frac{Bldx}{dt}$, так как $\frac{dx}{dt} = \upsilon$, то $\varepsilon = Bl\upsilon$.

Численное значение ЭДС равно $\varepsilon = 0{,}2\cdot 1{,}5\cdot 3 = 0{,}9$ В.

46. Прямоугольный контур со сторонами $a = 0{,}1$ м и $b = 0{,}2$ м вращается с постоянной угловой скоростью $\omega = 10$ рад/с в постоянном магнитном поле с индукцией $B = 3$ Тл. Найти максимальную ЭДС индукции в контуре.

Дано:	**Решение:**
$a = 0{,}1$ м $b = 0{,}2$ м $B = 3$ Тл $\omega = 10$ рад/с	По закону электромагнитной индукции Фарадея имеем $\varepsilon = -\dfrac{d\Phi}{dt}$. Магнитный поток, пронизывающий контур площадью S, определяется формулой $\Phi = BS\cos\alpha$, где α – угол между вектором **B** и
ε_{max} - ?	

нормалью к контуру **n**. В данной задаче происходит изменение магнитного потока за счет изменения угла α. Так как вращение происходит с постоянной угловой скоростью, то значение угла в момент времени t определяется по формуле $\alpha = \omega t$. С учетом того что площадь контура



$S = ab$, получаем $\Phi = Bab\cos\omega t$. По закону Фарадея находим ЭДС индукции $\varepsilon = -\dfrac{d\Phi}{dt} = Bab\omega\sin(\omega t)$. Отсюда видно, что ε будет максимально при $\sin(\omega t) = 1$, то есть $\varepsilon_{max} = Bab\omega$.

Численные расчеты дают $\varepsilon_{max} = 3\cdot 0{,}1\cdot 0{,}2\cdot 10 = 0{,}3B$.

Электромагнитные волны

47. Плоская гармоническая электромагнитная волна распространяется в вакууме. В данный момент времени величина напряженности электрического поля волны равна $E = 2\cdot 10^{-3}$ В/м. Найти плотность потока энергии волны в данный момент времени.

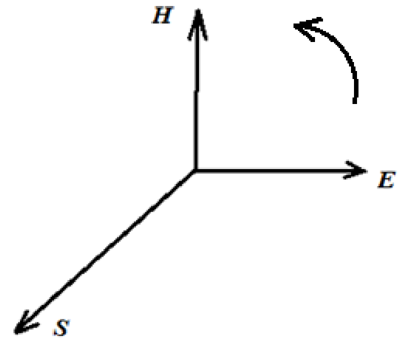
Дано:	**Решение:**
$E = 2\cdot 10^{-3}$ В/м	Плотность потока энергии электромагнитной волны определяется формулой Умова-Пойнтинга
S -?	

$$\mathbf{S} = \mathbf{E}\times\mathbf{H}, \qquad (1)$$

где **H** – напряженность магнитного поля. В плоской электромагнитной волне величина магнитного поля связана с величиной электрического поля формулой $E\sqrt{\varepsilon_0} = H\sqrt{\mu_0}$, где $\varepsilon_0 = 8{,}85\cdot 10^{-12}$ Ф/м – электрическая постоянная, $\mu_0 = 4\pi\cdot 10^{-7}$ Гн/м – магнитная постоянная. Тогда

$$H = E\sqrt{\varepsilon_0/\mu_0}. \qquad (2)$$

Поскольку вектор ***S*** является векторным произведением векторов ***E*** и ***H***, то направление вектора плотности потока энергии (вектора Умова – Пойнтинга) определяется правилом правого буравчика: если



рукоятку буравчика вращать по направлению от конца вектора ***E*** к концу вектора ***H*** по кратчайшему расстоянию (см. рисунок), то направление поступательного движения буравчика укажет направление вектора ***S***.

Найдем величину вектора плотности потока энергии. Модуль векторного произведения определяется формулой $|\mathbf{E}\times\mathbf{H}| = EH\sin\alpha$, где α - угол между векторами $\mathbf{E}$ и $\mathbf{H}$. В плоской волне векторы $\mathbf{E}$ и $\mathbf{H}$ взаимно перпендикулярны поэтому $|\mathbf{E}\times\mathbf{H}| = EH$. Тогда с помощью (2) получаем:

$$S = EH = E^2\sqrt{\varepsilon_0/\mu_0}\ .$$

Подставляя численные значения, получаем

$$S = (2\cdot 10^{-3})^2\sqrt{\frac{8,85\cdot 10^{-12}}{4\pi 10^{-7}}} = 1,06\cdot 10^{-8}\ \frac{\text{Дж}}{\text{см}^2}\cdot$$

Волновая оптика

48. В установке для наблюдения колец Ньютона пространство между линзой с показателем преломления n_2 = 1,5 и пластинкой с показателем преломления n_3 = 1,8 заполнено газом с показателем преломления n_1 = 1,0. Интерференция наблюдается в отраженном свете с длинной волны 0,7 мкм. Радиус кривизны линзы равен 0,5 метра. Найти радиус m-го темного кольца.

Дано:

$n_2 = 1,5$
$n_1 = 1,0$
$n_3 = 1,8$
$\lambda = 0,7$ мкм
$R = 0.5$ м

r_m–?

Решение:

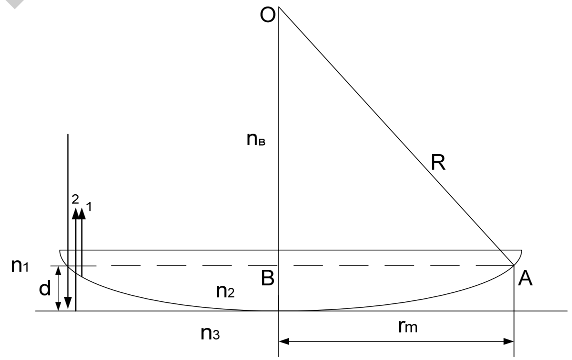


Схема наблюдения колец Ньютона в отраженном свете представлена на рисунке. Свет падает на линзу перпендикулярно ее горизонтальной поверхности. На границе линзы со средой, находящейся между пластиной и линзой, часть его (луч *1*) отражается, а часть (луч *2*) проходит путь d в среде с показателем преломления n_1; отражается от ее границы с пластиной, а затем снова попадает в линзу. В результате интерференции этих лучей и наблюдаются кольца Ньютона. Поскольку радиус линзы велик, т.е. кривизна линзы мала, а также в виду того, что $d \ll R$, преломлением падающего луча на границе линза-газ и преломлением второго луча на границе газ-линза, можно в первом приближении пренебречь и считать, что лучи *1* и *2* идут так, как показано на рисунке. При этом часть световой волны, обозначенной как луч *1*, при отражении не изменяет фазы колебаний, поскольку отражение идет от оптически менее плотной среды ($n_1 < n_2$). Отражение же волны от оптически более плотной среды ($n_3 > n_1$) вызывает изменение фазы колебаний отраженной волны на $\frac{\pi}{2}$, что равносильно потери полуволны. Поэтому к оптической разности хода интерферирующих лучей, обусловленной разностью их оптического пути, добавится $\frac{\lambda}{2}$: $\Delta = 2dn_1 + \frac{\lambda}{2}$.

По условию задачи в отраженном свете наблюдается темное кольцо; это значит, что выполняется условие наблюдения минимума интерференции света: $\Delta = \left(m + \frac{1}{2}\right)\cdot\lambda$. Из последних двух выражений получаем

$$2dn_1 + \frac{\lambda}{2} = \left(m + \frac{1}{2}\right)\cdot\lambda. \qquad (1).$$

Из прямоугольного треугольника OAB находим $r_m^2 = R^2 - \left(R - d_m\right)^2 = 2Rd_m$. Здесь мы не учитываем слагаемое d_m^2, поскольку $d_m \ll R$. Из последнего выражения вытекает равенство: $2d_m = \frac{r_m^2}{R}$. Тогда уравнение (1) можно записать в виде: $\frac{r_m^2}{R}\cdot n_1 + \frac{\lambda}{2} = m\lambda + \frac{\lambda}{2}$. Откуда находим искомый радиус *m*-го темного кольца:

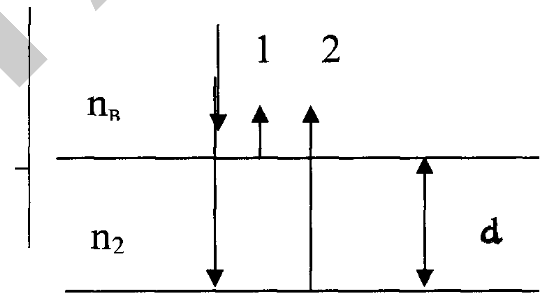
$r_m = \sqrt{m\lambda\frac{R}{n}}$ (2). Подставим в полученное выражение (2) численные значения в СИ:

$$r_m = \sqrt{5\cdot 0{,}7\cdot 10^{-6}\,\frac{0{,}5}{1}} = 1{,}32\cdot 10^{-3}\,\text{м} = 1{,}32 \text{ мм}.$$

49. Для улучшения качества линз в оптических приборах широко используется «просветление» оптики, т.е. нанесение пленочного покрытия такой толщины *d,* чтобы при нормальном падении лучей в отраженном свете осуществлялся интерференционный минимум

порядка *m* для света с длиной волны $\lambda = 5{,}5\cdot10^{-7}$ м, соответствующей наибольшей чувствительности человеческого глаза к зеленому свету. Показатель преломления линзы $n_1 = 1{,}6$, показатель преломления просветляющей пленки – $n_2 = 1{,}5$. Найти толщину просветляющей пленки, если $m = 3$.

Дано:	**Решение:**
$n_1 = 1{,}6$ $n_2 = 1{,}5$ $m = 3$ $\lambda = 5{,}5\cdot10^{-7}$ м d – ?	



Часть световой волны (рис.), падающей из воздуха ($n_в = 1$) на пленочное покрытие, отражается (луч 1), оставшаяся волна распространяется в нанесенной пленке, а затем частично отражается на границе пленка-линза (луч 2). Наложение этих волн в отраженном свете и дает интерференционную картину. Поскольку $n_2 > n_в$ и $n_1 > n_2$, то оба луча «теряют» при отражении пол длины волны. В связи с этим оптическая разность хода (Δ) интерферирующих лучей обусловлена только разностью геометрического пути, пройденного ими до наложения друг на друга. $\Delta = 2dn_2$. Условие наблюдения минимума интерференции:

$\Delta = \left(m + \frac{1}{2}\right)\cdot\lambda$, поэтому $2dn_2 = \left(m + \frac{1}{2}\right)\cdot\lambda$. Из последнего уравнения находим $d = \left(m + \frac{1}{2}\right)\times\frac{\lambda}{2n_2}$. Подставим в полученное выражение численные значения в СИ:

$$d = \left(3 + \frac{1}{2}\right)\times\frac{5{,}5}{2\times1{,}5}\times10^{-7}\ \text{м} = 6{,}417\cdot10^{-7}\ \text{м} = 0{,}6417\ \text{мкм}.$$

50. В опыте Юнга на пути одного из интерферирующих лучей помещалась тонкая прозрачная пластинка толщиной 10 мкм и коэффициентом преломления n, вследствие чего интерференционная картина смещалась на 4 полосы. Длина волны падающего света 0,5 мкм, свет падает на пластинку нормально. Найти показатель преломления пластины.

Дано:	Решение:
d = 10 мкм m = 4 λ = 0,5 мкм	
n – ?	

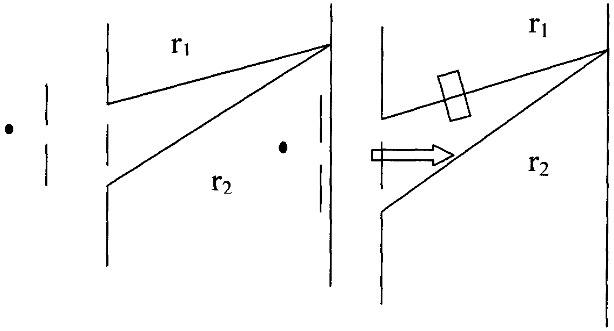


Схема опыта Юнга представлена на рис. Свет от источника света проходит через узкую щель, далее на его пути расположены еще две щели, параллельные первой, которые служат когерентными источниками. Наложение волн, идущих от них, и дает интерференционную картину. Расстояние от первого до точки наблюдения – r_1, расстояние от второго до этой же точки – r_2. Сначала (рисунок слева) оба луча проходят в воздухе $n_в$; в этом случае оптическая разность хода обусловлена только разностью геометрического пути, пройденного лучами до их наложения. Пусть при этих условиях в некоторой точке экрана наблюдается максимум интерференции k-го порядка, т.е. выполняется условие: $\Delta_1 = k\lambda$ (1), где Δ_1 – оптическая разность хода интерферирующих лучей. После помещения пластины из материала с показателем преломления n и толщиной d на пути одного из них, появляется дополнительная разность оптического хода лучей $\Delta_{доп} = (n - n_в)\cdot d = (n - 1)\cdot d$, которая и приводит к указанному смещению интерференционной картины. В этом случае в той же

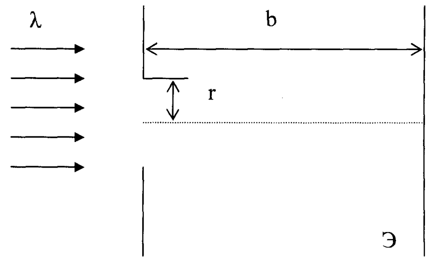
точке экрана наблюдается максимум интерференции ($k + m$)-го порядка, т.е. выполняется условие: $\Delta_1 + \Delta_{доп} = (k + m)\lambda$ (2). Из соотношений (1) и (2) находим $\Delta_{доп} = (n - 1)\cdot d = m\lambda$: Из последнего выражения получаем $n = \dfrac{m\lambda}{d} + 1$ (3). Подставим в (3) численные значения в СИ: $n = \dfrac{4\times 0{,}5\times 10^{-6}}{10\times 10^{-6}} + 1 = 1{,}2$.

51. Во сколько раз увеличится расстояние между соседними интерференционными полосами на экране в опыте Юга, если фиолетовый цвет длиной волны λ_1 = 0,40 мкм заменить красным цветом длиной волны λ_2 = 0,64 мкм?

Дано:	Решение:
λ_1 = 0,40 мкм λ_2 = 0,64 мкм	Известно, что расстояние между щелями Юнга (d), ширина интерференционных полос – Δx (это расстояние между соседними максимумами или соседними минимумами), расстояние l от щелей до экрана (Э), на котором наблюда-
$\dfrac{\Delta x_2}{\Delta x_1}$ – ?	

ется интерференционная картина (рис.) и длина волны λ падающего света связаны соотношением: $\Delta x = \dfrac{l}{d}\lambda$. При изменении длины волны падающего света расстояния l и d не изменяются, поэтому искомое соотношение $\dfrac{\Delta x_2}{\Delta x_1} = \dfrac{\lambda_2}{\lambda_1}$. Подставляя численные значения, находим: $\dfrac{\Delta x_2}{\Delta x_1} = \dfrac{0{,}64}{0{,}40} = 1{,}6$.

52. Свет от монохроматического источника длиной волны 0,416 мкм падает нормально на диафрагму с круглым отверстием радиусом r. За диафрагмой на расстоянии 0,22 м от нее находится экран (рис.). Каким будет центр дифракционной картины на экране: темным или светлым. Найти число зон Френеля (m), укладывающихся в отверстии диафрагмы при наблюдении из центра дифракционной картины.

Дано:	Решение:
$\lambda = 0{,}416$ мкм $r = 0{,}8$ мм $b = 0{,}22$ м	
m – ?	

Тот факт, что свет падает на отверстие нормально, свидетельствует о том, что фронт световой волны плоский. В этом случае радиус m-й зоны Френеля (r_m) определяется выражением: $r_m = \sqrt{mb\lambda}$ (1). В нашем случае $r_m = r$, с учетом этого из выражения (1) находим m: $m = \dfrac{r^2}{b\lambda}$. Подставим в последнее выражение численные значения в СИ:

$m = \dfrac{0{,}64 \times 10^{-6}}{0{,}416 \times 10^{-6} \times 0{,}22} = 7$. Поскольку при наблюдении из центра экрана, на котором наблюдается дифракционная картина в отверстии укладывается нечетное число зон Френеля, то центр дифракционной картины будет светлым.

53. Вычислить радиус m-й зоны Френеля, если длина волны света, проходящего через светофильтр, равна 0,55 мкм, расстояние от сферической волновой поверхности до источника света равно 0,3 м, а до точки наблюдения – 2,2 м.

Дано:	Решение:
$\lambda = 0{,}55$ мкм $a = 0{,}3$ м $b = 2{,}2$ м $m = 4$	Если падающая на отверстие волна сферическая, то радиус m-й зоны Френеля находится по формуле: $r_m = \sqrt{\dfrac{ab}{a+b} m\lambda}$;
r_m –?	подставим в нее численные значения:

$$r_m = \sqrt{\frac{0{,}3 \times 2{,}2}{0{,}3 + 2{,}2} \times 4 \times 0{,}55 \times 10^{-6}} = 0{,}76 \times 10^{-3}\text{ м} = 0{,}76 \text{ мм}.$$

54. На дифракционную решетку нормально падает монохроматический свет с длиной волны $\lambda = 600$ нм. Определить наибольший порядок спектра, полученный с помощью этой решетки. Если ее постоянная $d = 2$ мкм.

Дано:	Решение:
$\lambda = 600$ нм $d = 2$ мкм	Запишем условие наблюдения главного максимума при дифракции света на дифракционной решетке:
$m_{\max}$ – ?	$d \cdot \sin\varphi = m\lambda$ (1), здесь φ – угол дифракции, соответствующий m-му порядку спектра дифракции. Из уравнения (1) найдем m:

$m = \dfrac{d}{\lambda}\sin\varphi$. Максимальное значение m принимает при $\sin\varphi = 1$:

$m_{\max} = \dfrac{d}{\lambda}$. Подставим в полученное выражение численные значения: $m_{\max} = \dfrac{2 \cdot 10^{-6}\text{ м}}{6 \cdot 10^{-7}\text{ м}} = 3{,}3$. Порядок спектра – целое число, поэтому $m_{\max}$ – 3.

55. Угол между главными плоскостями поляризатора и анализатора составляет 30°. Определить во сколько раз изменится интенсивность света, прошедшего через анализатор, если угол между главными плоскостями поляризатора и анализатора станет равным 45°.

Дано:	Решение:
$\varphi_1 = 30^\circ$ $\varphi_2 = 45^\circ$	Для решения данной задачи используем закон Малюса: $I = I_0 \cos^2\varphi$, где I – интенсивность
$\dfrac{I_1}{I_2}$ –?	плоскополяризованного света, прошедшего через анализатор, I_0 – интенсивность плоскополяризованного света, падающего на анализатор, φ – угол

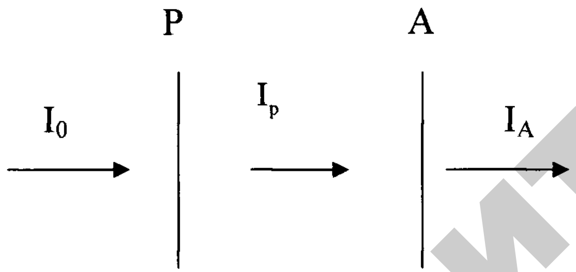
между главными плоскостями поляризатора и анализатора.

Интенсивность плоскополяризованного света, падающего на

анализатор, в нашем случае не изменяется, поэтому $I_1 = I_0\cos^2\varphi_1$, а $I_2 = I_0\cos^2\varphi_2$, откуда находим $\dfrac{I_1}{I_2} = \dfrac{\cos^2\varphi_1}{\cos^2\varphi_2}$.
Подставим в полученную формулу численные значения и найдем искомое отношение: $\dfrac{I_1}{I_2} = \dfrac{(0{,}866)^2}{(0{,}707)^2} = 1{,}5$.

56. Естественный свет, интенсивность которого $I_0 = 0{,}10\ \dfrac{\text{Вт}}{\text{м}^2}$, проходит два идеальных николя, плоскости поляризации которых составляют угол α. Интенсивность света, прошедшего первый николь, равна I_p, интенсивность света после второго николя $I_A = 0{,}0293\ \dfrac{\text{Вт}}{\text{м}^2}$. Найти I_p и угол α.

Дано:	**Решение:**
$I_0 = 0{,}10\ \dfrac{\text{Вт}}{\text{м}^2}$	
$I_A = 0{,}0293\ \dfrac{\text{Вт}}{\text{м}^2}$	
I_p — ?	
α — ?	



Первый николь служит поляризатором: прошедший через него естественный свет становится линейно поляризованным; его интенсивность $I_p = \dfrac{I_0}{2}$. После подстановки значения I_0, находим $I_p = 0{,}05\ \dfrac{\text{Вт}}{\text{м}^2}$. Интенсивности света, прошедшие через первый и второй николи, связаны между собой , согласно закону Малюса следующим образом:

$I_A = I_p\cos^2\alpha$. Из последнего выражения находим $\cos\alpha = \sqrt{\dfrac{I_A}{I_p}}$.

Подстановка численных значений с последующим вычислением дает $\cos\alpha = 0{,}7655$. Откуда $\alpha = \arcsin\alpha = 40^\circ 2'$

57. Определить показатель преломления стекла, если при отражении от него света отраженный луч полностью поляризован при угле преломления 35°.

Дано:	**Решение:**
$\alpha = 35^\circ$	Отраженный свет будет полностью поляризован, если угол падения удовлетворяет закону Брюстера:
n_2 — ?	$\mathrm{tg}\,i_Б = n_{21} = \dfrac{n_2}{n_1}$ (1), где $i_Б$ — угол падения света на

стекло. В условии задачи не указана среда из которой падает свет на стекло; это означает по умолчанию, что свет падает из воздуха, показатель преломления которого $n_1 = 1$, тогда закон Брюстера примет вид: $\mathrm{tg}\,i_Б = n_2$ (2). Запишем закон преломления для нашего случая: $\dfrac{\sin i_Б}{\sin\alpha} = n_2$ (3). Сравнивая выражения (2) и (3), находим $\sin\alpha = \cos i_Б$. Синус 35° равен 0,5736, тогда $i_Б = \arccos(0{,}5736) = 55^\circ$. $n_2 = \mathrm{tg}55^\circ = 1{,}4281$.

Квантовая природа электромагнитного излучения. Элементы атомной физики и квантовой механики

58. Длина волны, на которую приходится максимум энергии в спектре излучения черного тела, $\lambda_{max} = 0{,}58$ мкм. Определить энергетическую светимость R поверхности тела.

Дано:	Решение:
$\lambda_{max} = 5{,}8 \cdot 10^{-7}$ м $b = 2{,}90 \cdot 10^{-3}$ м·К	Энергетическая светимость R абсолютно черного тела в соответствии с законом Стефана – Больцмана пропорциональна четвертой степени абсолютной температуры и выражается формулой $R = \sigma T^4$, где
R -?	

$\sigma -$ постоянная Стефана – Больцмана $\sigma = 5{,}67 \cdot 10^{-8}$ Вт/(м^2·К^4), $T -$ абсолютная (термодинамическая) температура. Температуру T можно вычислить с помощью закона смещения Вина: $\lambda_{max} = \dfrac{b}{T}$, где b – постоянная Вина.

Выражая температуру T из последней формулы и подставляя в предыдущую, получим окончательное выражение для энергетической светимости абсолютно черного тела $R = \sigma\left(b/\lambda_{max} \right)^4$.

Произведем вычисления:

$$R = 5{,}67 \cdot 10^{-8}\left(\frac{2{,}90 \cdot 10^{-3}}{5{,}8 \cdot 10^{-7}}\right)^4 \text{ Вт/м}^2 = 3{,}54 \cdot 10^{-7} \text{ Вт/м}^2 = 35{,}4 \text{ мкВт/м}^2.$$

59. Определить максимальную скорость υ_{max} фотоэлектронов, вырываемых с поверхности серебра ультрафиолетовым излучением с длиной волны $\lambda = 0{,}155$ мкм. Работа выхода электрона с поверхности серебра равна $7{,}5 \cdot 10^{-19}$ Дж.

Дано:	Решение:
$\lambda = 1{,}55 \cdot 10^{-7}$ м $A = 7{,}5 \cdot 10^{-19}$ Дж $m_e = 9{,}11 \cdot 10^{-31}$ кг $h = 6{,}63 \cdot 10^{-34}$ Дж·с	Максимальную скорость фотоэлектронов можно определить из уравнения Эйнштейна для фотоэффекта:
υ_{max} – ?	

$$\varepsilon = A + \frac{m_e \upsilon_{max}^2}{2}, \qquad (1)$$

где $\varepsilon -$ энергия фотонов, падающих на поверхность металла, $A -$ работа выхода электрона из металла, $\dfrac{m_e \upsilon^2}{2}$ – максимальная кинетическая энергия фотоэлектронов ($m_e -$ масса электрона).

Энергия фотона вычисляется по формуле

$$\varepsilon = \frac{hc}{\lambda}, \qquad (2)$$

где $h -$ постоянная Планка, $c -$ скорость света в вакууме, $\lambda -$ длина волны. Приравнивая правые части равенств (1) и (2), находим максимальную скорость фотоэлектронов $\upsilon_{max} = \sqrt{\dfrac{2\left(\dfrac{hc}{\lambda} - A\right)}{m_e}}$. Подставляя численные значения величин ($c = 3 \cdot 10^8$ м/с), получаем окончательный результат:

$$\upsilon_{max} = \sqrt{\frac{2\left(\dfrac{6{,}63 \cdot 10^{-34}}{1{,}55 \cdot 10^{-7}} - 7{,}5 \cdot 10^{-19}\right)}{9{,}11 \cdot 10^{-31}}} = 1{,}08 \cdot 10^6 \text{ м/с}.$$

60. Катод фотоэлемента освещается ультрафиолетовым излучением с длиной волны $\lambda = 83$ нм. Электрический ток в цепи фотоэлемента прекращается, если между анодом и катодом существует задерживающее напряжение 11,25 В. Найти частоту красной границы фотоэффекта для данного фотокатода.

Дано:

$\lambda = 8,3 \cdot 10^{-8}$ м

$U_з = 11,25$ В

$h = 6,63 \cdot 10^{-34}$ Дж·с

$e = 1,6 \cdot 10^{-19}$ Кл

$\nu_0 - ?$

Решение:

Частота красной границы фотоэффекта ν_0 связана с работой выхода A электрона из данного металла $A = h\nu_0$, где h – постоянная Планка. С учетом этого уравнение Эйнштейна для фотоэффекта запишется в виде:

$$\frac{hc}{\lambda} = h\nu_0 + \frac{m_e\upsilon_{\max}^2}{2}.$$

Максимальная кинетическая энергия фотоэлектрона связана с величиной задерживающего напряжения следующим соотношением:

$$\frac{m_e\upsilon_{\max}^2}{2} = eU_з,$$

которое означает, что вылетевший при фотоэффекте электрон при движении к аноду фотоэлемента всю свою кинетическую энергию расходует на работу против задерживающего электрического поля (здесь e – заряд электрона).

С учетом последнего равенства уравнение Эйнштейна приобретает следующий вид:

$$\frac{hc}{\lambda} = h\nu_0 + eU_з.$$

Выразим из этого равенства искомую частоту красной границы фотоэффекта ν_0 и получим следующую формулу

$$\nu_0 = \frac{c}{\lambda} - \frac{eU_з}{h}.$$

Подставляем численные значения и вычисляем результат:

$$\nu_0 = \frac{3 \cdot 10^8}{8,3 \cdot 10^{-8}} - \frac{1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 11,25}{6,6 \cdot 10^{-34}} = 1 \cdot 10^{15} \text{ Гц}.$$

61. В результате эффекта Комптона фотон при соударении с электроном был рассеян на угол $\theta = 90^\circ$. Энергия рассеянного фотона $\varepsilon_2 = 0,4$ МэВ. Определить энергию фотона ε_1 до рассеяния.

Дано:

$\varepsilon_2 = 0,4$ МэВ

$\theta = 90^\circ$

$\varepsilon_1 - ?$

Решение:

Для определения энергии фотона до столкновения воспользуемся формулой Комптона:

$$\Delta\lambda = 2\frac{h}{m_e c}\sin^2\frac{\theta}{2},$$

где $\Delta\lambda = \lambda_2 - \lambda_1$ – изменение длины волны фотона в результате рассеяния на свободном электроне, m_e – масса (покоя) электрона, h – постоянная Планка, c – скорость света в вакууме, θ – угол рассеяния фотона. Преобразуем написанную выше формулу следующим образом: заменим $\Delta\lambda$ на $\lambda_2 - \lambda_1$, выразим длины волн λ_1 и λ_2 через энергии ε_1 и ε_2 соответствующих фотонов, воспользовавшись соотношением $\varepsilon = hc/\lambda$, и, наконец, умножим числитель и знаменатель правой части равенства на c.

Тогда получим $\dfrac{hc}{\varepsilon_2} - \dfrac{hc}{\varepsilon_1} = \dfrac{hc}{m_e c^2} 2\sin^2\dfrac{\theta}{2}$.

Сократим на hc и выразим из этой формулы искомую энергию:

$$\varepsilon_1 = \frac{\varepsilon_2 m_e c^2}{m_e c^2 - \varepsilon_2 2\sin^2(\theta/2)} = \frac{\varepsilon_2 E_0}{E_0 - 2\varepsilon_2 \sin^2(\theta/2)},$$

где E_0 – энергия покоя электрона.

Вычисления по последней формуле удобно проводить во внесистемных единицах. Так как энергия покоя электрона $E_0 = 0,511$ МэВ, то получаем

$$\varepsilon_2 = \frac{0,4 \cdot 0,511}{0,511 - 2 \cdot 0,4 \cdot \sin^2 45^\circ} = 1,85 \text{ МэВ}.$$

62. Определив энергию ионизации атома водорода, найти в электрон-вольтах энергию фотона, соответствующего самой длинноволновой линии серии Лаймана.

Дано:	**Решение:**
$m=1$	
$W_i - ?\ W_{\lambda_{\max}} - ?$	

Энергия ионизации атома (энергия, необходимая для отрыва электрона, находящегося в основном состоянии, от атома) может быть определена с помощью обобщенной формулы Бальмера:

$$W_{nm} = h\nu_{nm} = R'h\left(\frac{1}{m^2} - \frac{1}{n^2}\right),$$

в котором надо положить $m = 1$, $n \to \infty$. В написанной формуле h – постоянная Планка, R' – постоянная Ридберга, равная $3{,}29\cdot10^{15}$ с$^{-1}$, m – номер орбиты, на которую переходит электрон, n – номер орбиты, с которой переходит электрон. Тогда искомая энергия ионизации

$$W_i = R'h = 3{,}29\cdot10^{15}\cdot6{,}6\cdot10^{-34} = 21{,}714\cdot10^{-19}\ \text{Дж} = 13{,}6\ \text{эВ}.$$

Самая длинноволновая линия серии Лаймана соответствует переходу электрона со второго энергетического уровня на основной, т.е.

$$W_{\lambda_{\max}} = W_{21} = h\nu_{21} = hR'\left(\frac{1}{1^2} - \frac{1}{2^2}\right) = \frac{3}{4}hR' = \frac{3}{4}W_i = 10{,}2\ \text{эВ}.$$

63. Определить частоту света, излучаемого атомом водорода, при переходе электрона на уровень с главным квантовым числом $m = 2$, если радиус орбиты электрона изменился в $k = 9$ раз.

Дано:	**Решение:**
$m=2$	
$\frac{r_n}{r_m} = k = 9$	
$\upsilon_{nm} - ?$	

Из теории Бора известно, что радиус стационарной орбиты в состоянии с главным квантовым числом n определяется формулой

$$r_n = r_1 n^2,$$

где r_1 – радиус первой орбиты. Найдем главное

квантовое число n – номер стационарной орбиты, с которой произошел переход электрона. Для этого воспользуемся выражением радиуса стационарной орбиты в состоянии $m = 2$ и состоянии n

$$r_2 = 4r_1,\ \ r_n = r_1 n^2.$$

Разделив второе равенство на первое, получим $\frac{r_n}{r_m} = \frac{n^2}{4}$.

По условию задачи $\frac{r_n}{r_m} = 9$.

Тогда $n^2 = 36$, $n = 6$. Таким образом, произошел переход $6 \to 2$.

Частоту света, излучаемую атомом при этом переходе, определим по обобщенной формуле Бальмера:

$$\nu_{nm} = \nu_{62} = R'\left(\frac{1}{m^2} - \frac{1}{n^2}\right) = 3{,}2931193\cdot10^{15}\left(\frac{1}{4} - \frac{1}{36}\right) = 0{,}731\cdot10^{15}\ \text{Гц}.$$

64. Электронный пучок ускоряется в электронно-лучевой трубке разностью потенциалов U = 1 кВ. Известно, что неопределенность скорости составляет 0,1 % от ее численного значения. Определить неопределенность координаты электрона. Являются ли электроны в данных условиях квантовой или классической частицей?

Дано:	**Решение:**
$U = 1000$ В	
$m = 9{,}11\cdot10^{-31}$ кг	
$\frac{\Delta\upsilon}{\upsilon} = 0{,}001$	
$\Delta x - ?$	

Из равенства кинетической энергии электрона и работы электрического поля с ускоряющей разности потенциалов U

$$\frac{m_e\upsilon^2}{2} = eU$$

находим скорость электрона:

$$\upsilon = \sqrt{\frac{2eU}{m_e}}.$$

По условию задачи $\Delta\upsilon = 0{,}001\upsilon$, т.е. $\Delta\upsilon << \upsilon$, т.е.

неопределенность скорости гораздо меньше значения скорости. Следовательно, электрон в условиях задачи является классической частицей. Из соотношения неопределенностей для координаты и импульса

$$\Delta x \Delta p \cong h$$

получим

$$\Delta x \cong \frac{h}{\Delta p} = \frac{h}{m_e \Delta \upsilon} = \frac{h}{10^{-3} m_e \sqrt{\frac{2eU}{m_e}}} = \frac{h}{10^{-3}\sqrt{2eUm_e}}.$$

Подставляя в полученную формулу численные значения, находим:

$$\Delta x \cong \frac{6{,}6 \cdot 10^{-34}}{10^{-3}\sqrt{2 \cdot 1{,}6 \cdot 10^{-19} \cdot 10^{3} \cdot 9{,}1 \cdot 10^{-31}}} = 38{,}8 \text{ нм}.$$

ЛИТЕРАТУРА

1. Неманова, И.Т. Механика: учебно-методический комплекс по дисц. «Физика». Ч. 1 / И.Т. Неманова, С.Л. Быкова; БГАТУ, кафедра физики и химии. – Минск: БГАТУ, 2006. – 272 с.
2. Неманова, И.Т. Молекулярная физика. Термодинамика: учебно-методический комплекс по дисц. «Физика». Ч. 2 / И.Т. Неманова; БГАТУ, кафедра физики и химии. – Минск: БГАТУ, 2006. – 196 с.
3. Электростатическое поле: модуль учебно-методического комплекса по дисц. «Физика». Ч. 2. «Электричество. Магнетизм» / БГАТУ, Кафедра физики и химии; сост. В.Н. Болодон. – Минск; БГАТУ, 2007. – 96 с.
4. Проводники в электростатическом поле. Энергия системы зарядов, заряженных проводников и электростатического поля: модуль учебно-методического комплекса по дисц. «Физика». Ч. 2. «Электричество. Магнетизм» / БГАТУ, Кафедра физики и химии; сост.: В.Р. Соболь, П.Н. Логвинович, Г.М. Чобот. – Минск: БГАТУ, 2007. – 65 с.
5. Постоянный электрический ток: модуль учебно-методического комплекса по дисц. «Физика». Ч. 2. «Электричество и магнетизм» / БГАТУ, Кафедра физики и химии; сост.: В.Н. Болодон, П.Н. Логвинович. – Минск: БГАТУ, 2007. – 75 с.
6. Магнитное поле постоянного электрического тока в вакууме: модуль учебно-методического комплекса по дисц. «Физика». Ч. 2. «Электричество и магнетизм» / БГАТУ, Кафедра физики и химии; сост.: В.Р. Соболь, П.Н. Логвинович, Г.М. Чобот. – Минск: БГАТУ, 2007. – с.85.
7. Магнитное поле в веществе: модуль учебно-методического комплекса по дисц. «Физика». Ч. 2. «Электричество. Магнетизм»/ БГАТУ, Кафедра физики и химии; сост. Е.П. Чеченина. – Минск: БГАТУ, 2007. – 39 с.
8. Электромагнитная индукция. Основы теории электромагнитного поля. Электромагнитные колебания: модуль учебно-методического комплекса по дисц. «Физика». Ч. 2. «Электричество. Магнетизм» / БГАТУ, Кафедра физики и химии; сост. Н.И. Веселко. – Минск: БГАТУ, 2007. – 136 с.

9. Савельев, И.В. Курс общей физики: учеб. Пособие для втузов. В 5 кн. Кн.1. Механика / И.В. Савельев. – Москва: Астрель, 2005. – 336 с.

10. Савельев, И.В. Курс общей физики: учеб. Пособие для втузов. В 5 кн. Кн.3. Молекулярная физика и термодинамика / И.В. Савельев. – Москва: Астрель: АСТ, 2003. – 208 с.

11. Савельев, И.В. Курс общей физики: учеб. Пособие для втузов. В 5 кн. Кн.2. Электричество и магнетизм / И.В. Савельев. – Москва: Астрель: АСТ, 2008. – 336 с.

12. Савельев, И.В. Курс общей физики: учеб. Пособие для втузов. В 5 кн. Кн.3. Волны. Оптика / И.В. Савельев. – Москва: АСТ: Астрель, 2006. – 256 с.

13. Савельев, И.В. Курс общей физики: учеб. Пособие для втузов. В 5 кн. Кн.5. Квантовая оптика. Атомная физика. Физика твердого тела. Физика атомного ядра и элементарных частиц / И.В. Савельев. – Москва: Астрель: АСТ, 2005. – 368 с.

14. Трофимова, Т.И. Курс физики: учеб. Пособие / Т.И. Трофимова. – 16-е изд., стер. – Москва: Академия, 2008. – 560 с.

13. Детлаф, А.А. Курс физики: учеб. Пособие / А.А. Детлаф, Б.М. Яворский. – 7-е изд. стер. – Москва: Академия, 2008. – 720 с.

14. Трофимова, Т.И. Сборник задач по курсу физики для втузов / Т.И. Трофимова. – 3-е изд. – Москва: ОНИИС 21 век: Мир и Образование, 2005. – 384 с.

15. Ветрова, В.Т. Сборник задач по физике с индивидуальными заданиями: учеб. пособие / В.Т. Ветрова. – Минск: Вышэйшая. школа, 1991. – 386 с.

Учебное издание

ФИЗИКА

Учебно-методическое пособие

Составители:
Чернявский Валерий Антонович,
Болодон Владимир Найданович,
Дымонт Василий Петрович и др.

Ответственный за выпуск *В. А. Чернявский*
Корректор *Е. Н. Дайнеко*
Компьютерная верстка *А. И. Стебуля*

Подписано в печать 07.08.2010 г. Формат $60\times84^{1}/_{16}$.
Бумага офсетная. Печать офсетная.
Усл. печ. л. 5,81. Уч.-изд. л. 4,54. Тираж 330 экз. Заказ 799.

Издатель и полиграфическое исполнение: учреждение образования «Белорусский государственный аграрный технический университет».
ЛИ № 02330/0552841 от 14.04.2010.
ЛП № 02330/0552743 от 02.02.2010.
Пр. Независимости, 99–2, 220023, Минск.