МОДЕЛЬ МУЛЬТИПЛИКАТИВНОЙ ПРОИЗВОДСТВЕННОЙ ФУНКЦИИ В УСЛОВИЯХ КРИЗИСА

Цыганов В.А., к.ф.-м.н., доцент;
Березин Т.В., студент, БГАТУ, г. Минск

В настоящее время производственные функции применяются в анализе при нормальном экономическом развитии, когда приращение применённых ресурсов приводит к росту результатов деятельности. Достаточно наглядным примером может служить часто используемая двухфакторная стационарная производственная функция Кобба-Дугласа, содержащую в себе логическую взаимосвязь результата и факторов производства.

Однако в условиях критической нестабильности производственной деятельности предприятия, обусловленных внешними экономическими факторами, логическая взаимосвязь результатов и факторов производства может нарушаться, эластичности объёмов производства по отдельным видам ресурсов могут принимать отрицательные значения. В таких случаях построение взаимосвязи ресурсов и результатов производства в виде мультипликативной зависимости может иметь ценное значение для получения аналитических выводов и принятия управленческих решений.

Для выполнения требований однородности в работе принята динамическая производственная функция исходного вида:

$$Y(t,x) = a_0 e^{p(t-1)} K(t)^{a_1} O(t)^{a_2} L(t)^{a_3} \qquad (1)$$

где $Y(t,x)$ – объём выпуска продукции; $K(t)$ – объём основных производственных фондов; $O(t)$ – объём оборотных средств; $L(t)$ – трудовые ресурсы предприятия; a_0, a_1, a_2, a_3 – постоянные, характеризующие достигнутую эффективность и эластичности результатов производства по отдельным видам ресурсов; t – период времени, принимающий целочисленное значение; $x = (K, O, L)$ – обозначение совокупности применённых ресурсов. Множитель $e^{p(t-1)}$ определяет динамику, обусловленную достижениями научно-технического прогресса.

Произвдственные результаты до начала кризиса достигают максимума, а затем уменьшаются, что характеризуется показателями за три достаточно продолжительных (квартал, год) периода времени $(t=1,2,3)$. Исходя из этой особенности, а также с учетом требования однородности

$$Y(t,tx)=t^{p}Y(t,x), \tag{2}$$

мультипликативная форма (1) строилась следующим образом:

1) Задавались возможные сочетания двухфакторных по ресурсам производственных функций вида

$$\begin{gathered}
Y_{KO}(x,t)=a_{01}e^{p_1(t-1)}K(t)^{a_1'}\,O(t)^{a_2''};\\
Y_{KL}(x,t)=a_{02}e^{p_2(t-1)}K(t)^{a_1''}\,L(t)^{a_3''};\\
Y_{OL}(x,t)=a_{03}e^{p_3(t-1)}O(t)^{a_2'}\,L(t)^{a_3''},
\end{gathered} \tag{3}$$

в которых неизвестные параметры находятся из решения системы уравнений (1) –(2) при различных значениях параметра времени $(t=1,2,3)$:

$$a_1'=\frac{\left(2+\ln\frac{O_3}{O_1}\right)\ln\frac{Y_2}{Y_1}-\left(1+\ln\frac{O_2}{O_1}\right)\ln\frac{Y_3}{Y_1}}{\left(1+\ln\frac{K_2}{K_1}\right)\left(2+\ln\frac{O_3}{O_1}\right)-\left(2+\ln\frac{K_3}{K_1}\right)\left(1+\ln\frac{O_2}{O_1}\right)};\qquad p_1=a_1'+a_2'';$$

$$a_2''=\frac{\left(1+\ln\frac{K_2}{K_1}\right)\ln\frac{Y_3}{Y_1}-\left(2+\ln\frac{K_3}{K_1}\right)\ln\frac{Y_2}{Y_1}}{\left(1+\ln\frac{K_2}{K_1}\right)\left(2+\ln\frac{O_3}{O_1}\right)-\left(2+\ln\frac{K_3}{K_1}\right)\left(1+\ln\frac{O_2}{O_1}\right)};\qquad a_{01}=\frac{Y_1}{K_1^{a_1'}O_1^{a_2''}};$$

$$a_1'' = \frac{\left(2+\ln\frac{L_3}{L_1}\right)\ln\frac{Y_2}{Y_1} - \left(1+\ln\frac{L_2}{L_1}\right)\ln\frac{Y_3}{Y_1}}{\left(1+\ln\frac{K_2}{K_1}\right)\left(2+\ln\frac{L_3}{L_1}\right) - \left(2+\ln\frac{K_3}{K_1}\right)\left(1+\ln\frac{L_2}{L_1}\right)}; \quad p_2 = a_1'' + a_3';$$

$$a_3' = \frac{\left(1+\ln\frac{K_2}{K_1}\right)\ln\frac{Y_3}{Y_1} - \left(2+\ln\frac{K_3}{K_1}\right)\ln\frac{Y_2}{Y_1}}{\left(1+\ln\frac{K_2}{K_1}\right)\left(2+\ln\frac{L_3}{L_1}\right) - \left(2+\ln\frac{K_3}{K_1}\right)\left(1+\ln\frac{L_2}{L_1}\right)}; \qquad a_{02} = \frac{Y_1}{K_1^{a_1''} L_1^{a_3'}};$$

$$a_2' = \frac{\left(2+\ln\frac{L_3}{L_1}\right)\ln\frac{Y_2}{Y_1} - \left(1+\ln\frac{L_2}{L_1}\right)\ln\frac{Y_3}{Y_1}}{\left(1+\ln\frac{O_2}{O_1}\right)\left(2+\ln\frac{L_3}{L_1}\right) - \left(2+\ln\frac{O_3}{O_1}\right)\left(1+\ln\frac{L_2}{L_1}\right)}; \qquad p_3 = a_2' + a_3'';$$

$$a_3'' = \frac{\left(1+\ln\frac{O_2}{O_1}\right)\ln\frac{Y_3}{Y_1} - \left(2+\ln\frac{O_3}{O_1}\right)\ln\frac{Y_2}{Y_1}}{\left(1+\ln\frac{O_2}{O_1}\right)\left(2+\ln\frac{L_3}{L_1}\right) - \left(2+\ln\frac{O_3}{O_1}\right)\left(1+\ln\frac{L_2}{L_1}\right)}; \qquad a_{03} = \frac{Y_1}{O_1^{a_2'} L_1^{a_3''}}. \tag{4}$$

2) Стандартное обобщение двухфакторных функций в виде средней геометрической

$$Y(t,x) = \sqrt[3]{Y_{KO}(x,t) \cdot Y_{KL}(x,t) \cdot Y_{LO}(x,t)} \tag{5}$$

приводит к производственной функции (1) с параметрами:

$$a_0 = \frac{Y_1}{K_1^{a_1} O_1^{a_2} L_1^{a_3}}; \qquad p = a_1 + a_2 + a_3;$$

$$a_1 = \frac{1}{3}\left(a_1' + a_1''\right); \quad a_2 = \frac{1}{3}\left(a_2' + a_2''\right); \quad a_3 = \frac{1}{3}\left(a_3' + a_3''\right). \tag{6}$$

Рассмотрим вариант применения полученной мультипликативной модели (1) с параметрами (6) на примере данных РУ СХП «Восход» (табл. 1).

Табл. 1. Показатели произведенной продукции и ресурсов РУ СХП «Восход»

Год (t)	Объём продукции (Y), млн. руб.	Основные средства (K), млн. руб	Оборотные активы (O), млн. руб.	Трудовые ресурсы (L), чел.
2007 (1)	7181	58670	11501	226
2008 (2)	9427	66837	16758	227
2009 (3)	8904	71957	17864	260

Построенная по этим данным динамическая модель имеет вид:

$$Y(t,x) = 7181 \cdot e^{0.00083\cdot(t-1)} \left[\frac{K(t)}{58670}\right]^{0.14980} \cdot \left[\frac{O(t)}{11501}\right]^{0.67859} \cdot \left[\frac{L(t)}{226}\right]^{-0.82756} . \qquad (7)$$

Знаки и величины степеней при соотношениях ресурсов в (7), очевидно, определяют те виды ресурсов, использование которых необходимо интенсифицировать для достижения докризисного уровня результата. На рис. 1 представлены варианты прогноза объёмов производства при фиксированных объёмах ресурсов 2009 г. (t = 3).

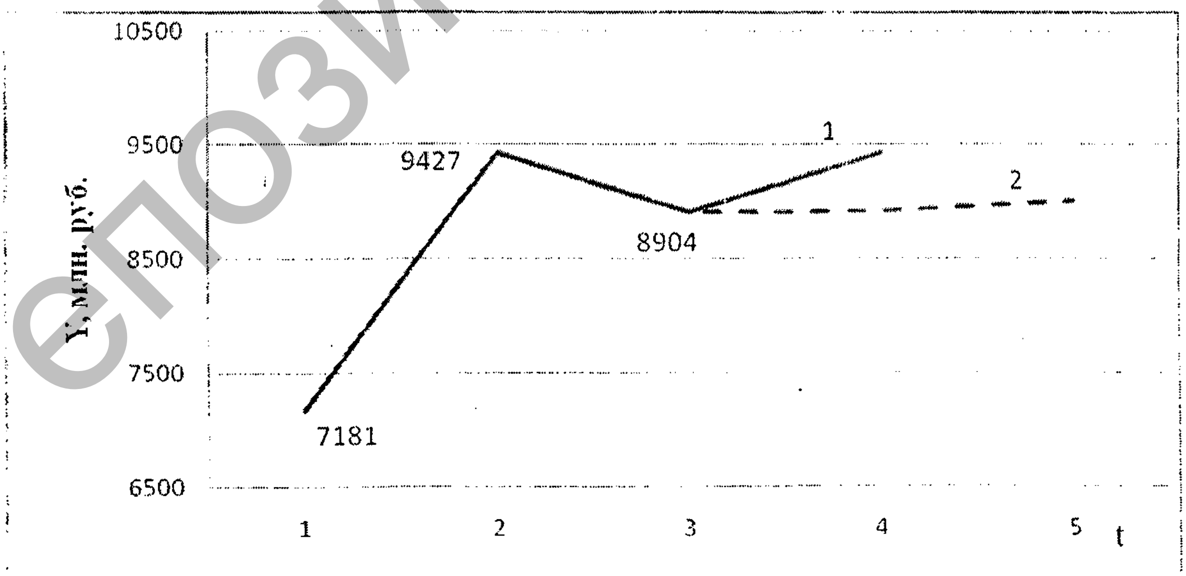

Рис. 1.

Кривая 2 на рисунке показывает, что на базе лишь имеющегося научно-технического потенциала без включения дополнительных факторов докризисный уровень достигается в отдаленной перспективе (через десятки лет). Если идти по пути повышения эффективности использования трудовых ресурсов (линия 1), то для достижения докризисного уровня в период t=4 (2010 г.) необходимо повысить производительность труда на 5,8%:

$$\frac{\Delta w}{w_3}\cdot 100 = \frac{Y_2 - Y(4, x_3)}{Y_3}\cdot 100 = \frac{9427 - 8911{,}6}{8904}\cdot 100 = 5{,}8\% .$$

Таким образом, в работе представлена производственная функция в виде мультипликативной модели (1) с параметрами (6), показатели которой могут служить индикаторами ресурсов, подлежащих интенсификации в условиях кризиса. В заключении работы необходимо отметить, что использование модели (1) в анализе применимо не только к предприятию в целом, но и к его отдельным отраслевым подразделениям. Дальнейшее исследование модели нужно проводить в направлении поиска оптимальной комбинации использования всех видов применяемых ресурсов.

Литература

1. Подашевский И.Я. Экономико-математические методы и модели. Ч. 2. Математические модели экономики: Уч. пособие. – Мн.: ЧИУП, 2005. – 84 с.

2. Цыганов В.А. Общая теория статистики. Уч.-метод. пособие. – Мн.: БИП-С Плюс, 2006. -152 с.