МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ РЕСПУБЛИКИ БЕЛАРУСЬ

Учебно-методическое объединение вузов Республики Беларусь
по образованию в области сельского хозяйства

Учреждение образования «Белорусский государственный
аграрный технический университет»

УТВЕРЖДЕНА
Министерством образования
Республики Беларусь
16 июня 2010 г.
Регистрационный № ТД-К. 115/тип.

МАТЕМАТИКА

Типовая учебная программа
для высших учебных заведений по специальностям:
1-74 06 01 Техническое обеспечение процессов сельскохозяйственного производства; 1-74 06 02 Техническое обеспечение процессов хранения и переработки сельскохозяйственной продукции; 1-36 12 01 Проектирование и производство сельскохозяйственной техники; 1-74 06 03 Ремонтно-обслуживающее производство в сельском хозяйстве; 1-74 06 06 Материально-техническое обеспечение агропромышленного комплекса; 1-74 06 07 Управление охраны труда в сельском хозяйстве

Минск
БГАТУ
2010

Репозиторий БГАТУ

УДК 51
ББК 22.1
М 34

Р е к о м е н д о в а н о:

Кафедрой высшей математики БГАТУ (протокол № 5 от 5 мая 2009 г.);
Научно-методическим советом БГАТУ (протокол № 4 от 25 мая 2009 г.);
Научно-методическим советом по инженерно-техническим специальностям Учебно-методического объединения вузов Республики Беларусь по образованию в области сельского хозяйства (протокол № 7 от 7 октября 2009 г.)

С о с т а в и т е л и:

д-р физ.-мат. наук, проф., проф. каф. высшей математики БГАТУ *А.П. Рябушко;*
канд. физ.-мат. наук, доц., зав. каф. высшей математики БГАТУ *И.М. Морозова;*
канд. физ.-мат. наук, доц., доц. каф. высшей математики БГАТУ *Т.А. Жур;*
канд. физ.-мат. наук, доц., доц. каф. высшей математики БГАТУ *Л.А. Хвощинская*

Р е ц е н з е н т ы:

Кафедра высшей математики № 1 БНТУ;
д-р физ.-мат. наук, проф., зав. каф. уравнений математической физики БГУ *Н.И. Юрчук*

Математика : типовая учеб. программа для высш. учеб. заведений по специальностям: 1-74 06 01 Техническое обеспечение процессов сельскохозяйственного производства; 1-74 06 02 Техническое обеспечение процессов хранения и переработки сельскохозяйственной продукции; 1-36 12 01 Проектирование и производство сельскохозяйственной техники; 1-74 06 03 Ремонтно-обслуживающее производство в сельском хозяйстве; 1-74 06 06 Материально-техническое обеспечение агропромышленного комплекса; 1-74 06 07 Управление охраны труда в сельском хозяйстве / сост. А.П. Рябушко [и др.]. – Минск : БГАТУ, 2010. – 24 с.

УДК 51
ББК 22.1

© БГАТУ, 2010

Репозиторий БГАТУ

ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА

Типовая учебная программа по дисциплине «Математика» разработана в соответствии с образовательными стандартами по специальностям 1-74 06 01 «Техническое обеспечение процессов сельскохозяйственного производства», 1-74 06 02 «Техническое обеспечение процессов хранения и переработки сельскохозяйственной продукции», 1-36 12 01 «Проектирование и производство сельскохозяйственной техники», 1-74 06 03 «Ремонтно-обслуживающее производство в сельском хозяйстве», 1-74 06 06 «Материально-техническое обеспечение агропромышленного комплекса», 1-74 06 07 «Управление охраны труда в сельском хозяйстве».

Математические методы исследования, моделирования и проектирования в современной жизни играют большую роль, быстрое развитие вычислительной техники расширяет возможности успешного применения математики при решении конкретных задач. Это требует от выпускников инженерных специальностей высших учебных заведений глубоких математических знаний.

Цель дисциплины – овладение студентами необходимым математическим аппаратом, помогающим анализировать, моделировать и решать прикладные инженерные задачи.

Задачи дисциплины: дать студентам представление о месте математики в системе естественных наук и о математике как особом способе познания мира; изучить содержание основных разделов и математические методы решения реальных задач сельскохозяйственного производства; научить студентов использовать методы математического анализа, аналитической геометрии, линейной алгебры, теорию дифференциальных уравнений, числовых и функциональных рядов, основные понятия и методы теории вероятностей и математической статистики, методы операционного исчисления при решении конкретных инженерных задач.

В рамках изучения дисциплины выпускник должен приобрести следующие компетенции:

академические:

- владение базовыми научно-теоретическими знаниями и применять их для решения теоретических и практических задач;
- владение междисциплинарным подходом при решении проблем;
- умение учиться, повышать свою квалификацию в течение всей жизни;

профессиональные:

- умение составлять математические модели производственных задач и решать их с помощью математических методов;
- способность находить оптимальные решения многокритериальных задач;

социально-личностные:

- способность к межличностным коммуникациям;
- способность к критике и самокритике;
- умение работать в команде.

Репозиторий БГАТУ

В результате изучения дисциплины «Математика» студент должен
знать:

– методы математического анализа, аналитической геометрии, линейной и векторной алгебры, теории поля;

– основные понятия и методы теории вероятностей и математической статистики;

– численные методы решения инженерных задач;

уметь:

– производить действия над матрицами;

– решать алгебраические системы уравнений;

– дифференцировать и интегрировать функции;

– решать обыкновенные дифференциальные уравнения;

– составлять математические модели производственных задач, решать их математическими методами с применением вычислительной техники и анализировать полученные данные.

Программа содержит 15 укрупненных дидактических единиц (учебных модулей). В каждом модуле определяются основные темы, которые должны изучаться студентами в общем курсе математики. Последовательность их изучения, распределение по семестрам, соотношение часов лекционных и практических занятий, организация контроля знаний и умений студентов, методическое обеспечение разрабатываются кафедрой в соответствии с действующими учебными планами специальностей.

Часть материала, содержащегося в учебной программе, по решению кафедры должна предлагаться студентам для самостоятельного изучения.

На изучение дисциплины согласно типовым учебным планам отводится всего 608 часов: из них аудиторных – 288, в том числе 152 лекционных и 136 часов практических занятий.

Репозиторий БГАТУ

ПРИМЕРНЫЙ ТЕМАТИЧЕСКИЙ ПЛАН

№ п/п	Название модуля	Количество аудиторных часов		
		Всего	В том числе	
			лекции	практические
1	2	3	4	5
1	Элементы линейной и векторной алгебры	16	8	8
2	Прямая и плоскость	12	6	6
3	Кривые и поверхности второго порядка	14	8	6
4	Введение в математический анализ	14	6	8
5	Дифференциальное исчисление функций одной переменной	28	14	14
6	Дифференциальное исчисление функций нескольких переменных	18	10	8
7	Элементы высшей алгебры. Неопределённые интегралы	20	12	8
8	Определённые интегралы	16	10	6
9	Обыкновенные дифференциальные уравнения	28	16	12
10	Числовые и функциональные ряды	20	12	8
11	Кратные интегралы	18	8	10
12	Криволинейные интегралы. Элементы теории поля	16	8	8
13	Теория вероятностей	34	16	18
14	Элементы математической статистики	18	8	10
15	Элементы математического программирования	16	10	6
	ИТОГО	**288**	**152**	**136**

Репозиторий БГАТУ

СОДЕРЖАНИЕ УЧЕБНОГО МАТЕРИАЛА

1 ЭЛЕМЕНТЫ ЛИНЕЙНОЙ И ВЕКТОРНОЙ АЛГЕБРЫ

Определители 2-го, 3-го и n-го порядков, их свойства и методы вычисления.

Матрицы и действия над ними. Элементарные преобразования матриц. Ранг матрицы, методы его вычисления. Обратные матрицы, их существование и единственность.

Системы линейных алгебраических уравнений, методы их решения: матричный метод, метод Крамера, метод последовательных исключений (метод Гаусса). Теорема Кронекера-Капелли.

Скалярные и векторные величины. Векторы и линейные операции над ними. Проекция вектора на ось. Теоремы о проекциях. Разложение вектора по базису, декартова система координат. Координаты точки и вектора. Простейшие задачи, в которых вычисляются: длина вектора; его направляющие косинусы; расстояние между точками; координаты точки, делящей отрезок в данном отношении; координаты центра масс системы n тел.

Скалярное произведение векторов, его основные свойства, выражение через координаты перемножаемых векторов.

Векторное произведение векторов, его основные свойства, выражение через координаты перемножаемых векторов.

Смешанное произведение векторов, его основные свойства, выражение через координаты перемножаемых векторов. Приложения скалярного, векторного и смешанного произведений векторов в геометрии и механике.

2 ПРЯМАЯ И ПЛОСКОСТЬ

Декартовы и полярные координаты на плоскости. Уравнения линий в декартовых, полярных координатах и в параметрическом виде. Примеры.

Теория прямых на плоскости. Различные виды уравнений прямых: общее, векторно-параметрическое, каноническое, по двум точкам, с угловым коэффициентом, «в отрезках». Условия параллельности и перпендикулярности прямых, вычисление угла между двумя прямыми, расстояния от точки до прямой.

Теория плоскостей в пространстве. Различные виды уравнения плоскости: общее, по точке и нормальному вектору, по трём точкам, «в отрезках». Взаимное расположение двух плоскостей: условия их параллельности, перпендикулярности, совпадения, вычисление угла между ними. Вычисление расстояния от точки до плоскости.

Теория прямых в пространстве. Различные виды уравнений прямых: векторно-параметрическое, канонические, по двум точкам, общие уравнения (пара пересекающихся плоскостей).

Репозиторий БГАТУ

Взаимное расположение двух прямых в пространстве: условия параллельности, пересечения, скрещиваемости, перпендикулярности. Вычисление расстояния от точки до прямой, угла и расстояния между прямыми. Взаимное расположение прямой и плоскости: условия их параллельности, принадлежности, перпендикулярности; вычисление угла между ними, координат точки их пересечения.

3 КРИВЫЕ И ПОВЕРХНОСТИ ВТОРОГО ПОРЯДКА

Декартовы, цилиндрические и сферические системы координат в пространстве. Различные способы задания уравнений линий и поверхностей в трёхмерном пространстве.

Кривые 2-го порядка: окружность, эллипс, гипербола, парабола; их уравнения в декартовых и полярных координатах, в параметрическом виде; их геометрические и оптические свойства и форма; использование в науке и технике.

Поверхности и их уравнения в пространстве. Каноническая теория поверхностей 2-го порядка: геометрические свойства и исследование их формы методом сечений. Уравнения поверхностей вращения. Использование теории поверхностей в науке и технике.

4 ВВЕДЕНИЕ В МАТЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ

Множество действительных чисел. Числовые последовательности, их пределы. Существование предела монотонной ограниченной сверху или снизу последовательности (принцип Вейерштрасса).

Функции одной переменной, области её определения и значений, способы задания. Основные элементарные функции и их графики. Класс элементарных функций. Предел функции в точке и в бесконечности. Односторонние пределы. Свойства пределов. Бесконечно малые и бесконечно большие функции, их свойства. Сравнение бесконечно малых, эквивалентные бесконечно малые функции, их использование при нахождении пределов. Первый и второй замечательные пределы. Число e и натуральные логарифмы.

Непрерывность функции в точке, интервале, на отрезке. Непрерывность основных элементарных и элементарных функций в области их определения. Точки разрыва функции и их классификация. Свойства функций, непрерывных на отрезке.

5 ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОЕ ИСЧИСЛЕНИЕ ФУНКЦИЙ ОДНОЙ ПЕРЕМЕННОЙ

Производная функции, её смысл (геометрический, физический, экономический). Производная суммы, разности, произведения, частного функций, сложной и обратной функций. Таблица производных основных элементарных функций. Уравнения касательной и нормали к графику функции.

Дифференциал, его геометрический и механический смыслы, свойства. Инвариантность формы дифференциала.

Репозиторий БГАТУ

Производные и дифференциалы высших порядков.

Теоремы Ферма, Ролля, Лагранжа, Коши. Правило Лопиталя. Раскрытие неопределённостей вида 1^{∞}, ∞^{0}, $\infty - \infty$, 0^{0}, $0 \cdot \infty$. Формулы Тейлора и Маклорена с остаточным членом в форме Лагранжа или Пеано. Представление функций e^{x}, $\sin x$, $\cos x$, $\ln(1+x)$, $(1+x)^{\alpha}$ по формуле Маклорена. Использование формул Тейлора и Маклорена в приближённых вычислениях.

Необходимые и достаточные условия монотонности функции и её локального экстремума. Нахождение наибольшего и наименьшего значений функции на отрезке. Необходимые и достаточные условия выпуклости и вогнутости графика функции и его точек перегиба. Асимптоты графика функции, методы их отыскания. Схема полного исследования функции и построения её графика.

Численные методы решения уравнений: метод хорд, касательных (Ньютона), комбинированный метод.

Длина дуги и её производная. Определение кривизны, формула для её вычисления в декартовых координатах, в случае задания линии параметрическими уравнениями, в полярных координатах. Радиус и круг (окружность) кривизны. Центр кривизны и вычисление его координат в случае задания уравнения линии в декартовых координатах и в параметрическом виде.

Эволюта и эвольвента (развёртка), их свойства. Приложения в теории механизмов и машин.

6 ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОЕ ИСЧИСЛЕНИЕ ФУНКЦИЙ НЕСКОЛЬКИХ ПЕРЕМЕННЫХ

Определение функции нескольких переменных. Область существования (определения) и значений. Предел функции. Непрерывность.

Дифференцируемость функций нескольких переменных. Частные производные. Вычисление частных производных сложных функций. Неявные функции, их дифференцирование.

Полный дифференциал, его связь с частными дифференциалами и частными производными. Инвариантность формы полного дифференциала. Геометрический смысл полного дифференциала. Уравнение касательной плоскости и нормали к поверхности в трёхмерном пространстве.

Частные производные и полные дифференциалы высших порядков.

Экстремум функции нескольких переменных. Необходимые и достаточные условия локального экстремума функции двух и трёх переменных. Наибольшее и наименьшее значения функций нескольких переменных в замкнутой области. Условный экстремум. Метод множителей Лагранжа.

Производная по направлению, формула для её вычисления. Градиент функции нескольких переменных, его свойства, связь с производной по направлению, понятие о приложении в методах оптимизации (метод наискорейшего спуска).

Репозиторий БГАТУ

7 ЭЛЕМЕНТЫ ВЫСШЕЙ АЛГЕБРЫ. НЕОПРЕДЕЛЁННЫЕ ИНТЕГРАЛЫ

Комплексные числа, действия с ними. Изображение комплексных чисел на плоскости. Модуль и аргумент комплексного числа. Алгебраическая и тригонометрическая формы комплексного числа. Формула Эйлера. Показательная форма комплексного числа.

Действия над комплексными числами: сложение, умножение, деление. Формула Муавра. Корни из комплексных чисел.

Многочлены. Теорема Безу. Основная теорема алгебры о разложении многочлена на множители. Разложение многочлена с действительными коэффициентами на линейные и квадратичные множители. Разложение рациональных дробей в сумму простейших дробей четырёх типов.

Первообразная функция. Неопределённый интеграл и его основные свойства. Таблица основных неопределённых интегралов.

Понятие об основных методах интегрирования: непосредственное интегрирование, метод замены переменной (метод подстановки), метод интегрирования по частям.

Интегрирование простейших рациональных дробей и любых рациональных дробей. Интегрирование простейших иррациональных функций, теорема Чебышева. Интегрирование некоторых классов функций, содержащих тригонометрические функции. Универсальная и упрощенные подстановки. Понятие о «неберущихся» интегралах.

8 ОПРЕДЕЛЁННЫЕ ИНТЕГРАЛЫ

Определение определённого интеграла, теорема об условиях его существования. Основные свойства определённых интегралов, геометрический смысл.

Вычисление определённых интегралов. Формула Ньютона-Лейбница. Вычисление определённых интегралов с помощью методов замены переменной и интегрирования по частям.

Несобственные интегралы (интегралы с бесконечными пределами интегрирования и от неограниченных функций), теоремы об их сходимости и расходимости.

Приложения определённых интегралов к некоторым задачам геометрического и физического содержания. Вычисление площадей плоских фигур, длины дуги кривой, объёмов и площадей поверхностей тел вращения, работы переменной силы, давления на помещенную в жидкость пластину, координат центра масс плоской дуги и фигуры, моментов инерции некоторых материальных систем.

Численные приближенные методы вычисления определенных интегралов: формулы прямоугольников, трапеций, парабол (Симпсона), точность вычислений.

Репозиторий БГАТУ

9 ОБЫКНОВЕННЫЕ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ

Некоторые задачи, приводящие к дифференциальным уравнениям. Понятие о дифференциальных уравнениях n-го порядка и их решениях. Дифференциальные уравнения первого порядка. Задача и теорема Коши, их геометрическая интерпретация, изоклины, графическое интегрирование.

Дифференциальные уравнения: с разделёнными и разделяющимися переменными, однородные и приводящиеся к ним, линейные, Бернулли, в полных дифференциалах и приводящиеся к ним с помощью интегрирующего множителя; методы их интегрирования. Понятие об особых точках и решениях дифференциальных уравнений первого порядка, уравнения Клеро и Лагранжа. Огибающие, ортогональные и изогональные траектории.

Дифференциальные уравнения второго и высших порядков. Задача и теорема Коши, их геометрическая интерпретация и графическое решение в случае второго порядка. Дифференциальные уравнения, допускающие понижение порядка. Однородные и неоднородные линейные дифференциальные уравнения второго и высших порядков, фундаментальная система решений, структура общего решения. Однородные линейные дифференциальные уравнения с постоянными коэффициентами. Характеристическое уравнение, нахождение его корней, фундаментальной системы решений и общего решения. Неоднородные линейные дифференциальные уравнения со специальной и неспециальной правой частью. Методы отыскания частного решения (метод спецструктуры и метод вариации произвольных постоянных Лагранжа).

Нормальные системы линейных дифференциальных уравнений n -го порядка и их решение методом исключения. Нормальные системы линейных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами, их решение с помощью характеристического уравнения системы.

Приближённые методы решения дифференциальных уравнений и их систем методом, основанным на применении формулы Тейлора, методами Адамса и Эйлера. Приложения дифференциальных уравнений к решению задач геометрического, физического, химического и экономического содержания.

10 ЧИСЛОВЫЕ И ФУНКЦИОНАЛЬНЫЕ РЯДЫ

Определение числового ряда, его сходимость, расходимость, сумма. Необходимый признак сходимости и достаточный признак расходимости. Сумма членов геометрической прогрессии.

Признаки сходимости и расходимости числовых рядов с положительными членами: признаки сравнения, Даламбера, радикальный и интегральный признаки Коши.

Знакочередующиеся ряды. Признак Лейбница. Знакопеременные ряды, абсолютная и условная сходимость. Свойства абсолютно и условно сходящихся рядов.

Функциональные ряды, области их сходимости и расходимости. Равномерно сходящиеся функциональные ряды, их свойства. Степенные ряды. Теорема Абеля. Интервал, радиус и область сходимости степенного ряда.

Репозиторий БГАТУ

Свойства степенных рядов: равномерная сходимость, непрерывность суммы, возможность почленного интегрирования и дифференцирования в интервале сходимости, неизменность интервала сходимости при почленном дифференцировании и интегрировании.

Ряды Тейлора и Маклорена. Разложение в степенные ряды некоторых функций. Приложения степенных рядов к приближенному нахождению значений функций, неопределённых и определённых интегралов, решений дифференциальных уравнений.

Тригонометрические ряды Фурье, их сходимость для кусочно-монотонных функций. Разложение в ряд Фурье периодических функций с периодом 2π, $2l$. Ряды Фурье для чётных, нечётных, непериодических функций. Приложения рядов Фурье в электротехнике, механике колебательных процессов. Понятие о практическом гармоническом анализе.

11 КРАТНЫЕ ИНТЕГРАЛЫ

Определение двойного интеграла, его основные свойства. Вычисление двойного интеграла в прямоугольных декартовых координатах. Замена переменных в двойном интеграле. Двойной интеграл в полярных координатах и его вычисление.

Приложения двойных интегралов. Вычисление площади плоской пластинки, объёма и площади поверхности тела, массы, центра масс и моментов инерции неоднородных пластин.

Определение тройного интеграла, его основные свойства. Вычисление тройного интеграла в прямоугольных декартовых координатах. Замена переменных в тройном интеграле. Тройной интеграл в цилиндрических и сферических координатах, его вычисление. Приложения тройных интегралов. Вычисление объёмов тел, массы неоднородного тела, координат его центра масс, моментов инерции неоднородных тел.

12 КРИВОЛИНЕЙНЫЕ ИНТЕГРАЛЫ. ЭЛЕМЕНТЫ ТЕОРИИ ПОЛЯ

Криволинейные интегралы первого рода (по длине дуги): определение, вычисление в декартовых координатах, в параметрическом случае, в полярных координатах, свойства. Приложения криволинейных интегралов по длине дуги: вычисление длин дуг, массы, координат центра масс, моментов инерции материальной неоднородной дуги, площади цилиндрической поверхности.

Криволинейные интегралы второго рода (по координатам): определение, вычисление в декартовых координатах, в параметрическом случае, в полярных координатах, свойства.

Формула Грина. Условия независимости криволинейного интеграла от пути интегрирования. Приложения криволинейных интегралов по координатам: вычисление работы силы на криволинейном пути, площади плоской фигуры, нахождение функции по её полному дифференциалу.

Репозиторий БГАТУ

Векторная функция скалярного аргумента. Годограф. Производная векторной функции по скалярному аргументу. Уравнения касательной прямой и нормальной плоскости к годографу.

Скалярные и векторные поля. Геометрические характеристики полей: поверхности уровня (эквипотенциальные поверхности), векторные линии.

Операторы теории поля: градиент, дивергенция, ротор, оператор Лапласа.

13 ТЕОРИЯ ВЕРОЯТНОСТЕЙ

Предмет теории вероятностей. Основные понятия. Классификация событий. Пространство элементарных событий. Алгебра событий. Относительная частота случайного события. Закон устойчивости относительных частот. Статистическая вероятность событий. Классическое и геометрическое определения вероятности события. Понятие об аксиоматическом построении теории вероятностей.

Сложение и умножение вероятностей для несовместных, совместных, независимых и зависимых событий. Полная вероятность, вероятность гипотез. Формулы Байеса. Схема и формула Бернулли. Локальная и интегральная теоремы Лапласа. Формула Пуассона.

Дискретные и непрерывные случайные величины, их законы распределения. Интегральная функция и дифференциальная функция (плотность) распределения, их свойства и графики. Числовые характеристики случайных величин: математическое ожидание, дисперсия, среднее квадратическое отклонение, их свойства и формулы для вычисления. Начальные и центральные моменты k-го порядка случайных величин, формулы для их вычисления. Асимметрия и эксцесс, их влияние на свойства распределения случайной величины.

Некоторые законы распределения дискретных и непрерывных случайных величин: биноминальное, геометрическое, Пуассона, равномерное, показательное, нормальное, Вейбулла (гамма-распределение), их свойства.

Система дискретных и непрерывных случайных величин. Понятие о их законах распределения. Двумерная случайная величина. Интегральная функция и дифференциальная функция (плотность) распределения двумерной случайной величины. Зависимые и независимые случайные величины. Числовые характеристики двумерной случайной величины: математические ожидания, дисперсии, корреляционный момент, их свойства. Нормальное распределение двумерной случайной величины, его свойства.

Понятие о законе больших чисел. Теоремы Бернулли и Чебышева. Центральная предельная теорема Ляпунова.

Репозиторий БГАТУ

14 ЭЛЕМЕНТЫ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ СТАТИСТИКИ

Предмет и задачи математической статистики. Генеральная совокупность и выборка. Статистическое распределение выборки, полигон, гистограмма, эмпирическая функция распределения. Статистические оценки параметров распределения. Несмещённые, состоятельные и эффективные оценки. Генеральная и выборочная средние. Оценка генеральной средней по выборочной средней. Генеральная и выборочная дисперсии. Оценка генеральной дисперсии по исправленной выборочной. Точность оценки, доверительная вероятность (надёжность), доверительный интервал. Доверительные интервалы для оценки математического ожидания нормального распределения при известном и при неизвестном среднем квадратическом отклонении.

Статистические методы обработки экспериментальных данных. Сглаживание экспериментальных зависимостей. Метод наименьших квадратов.

Элементы теории корреляции. Две основные задачи теории корреляции. Линии регрессии. Линейная и нелинейная корреляции. Отыскание параметров выборочного уравнения прямой линии регрессии по не сгруппированным и сгруппированным данным. Выборочный коэффициент корреляции. Корреляционное отношение как мера корреляционной зависимости случайных величин. Проверка значимости уравнения и коэффициентов уравнения регрессии.

Статистическая проверка статистических гипотез. Нулевая и конкурирующая гипотезы. Область принятия гипотезы. Критические точки. Мощность критерия. Проверка гипотезы о нормальном распределении генеральной совокупности с помощью критерия согласия Пирсона. Проверка гипотезы о некотором принятом распределении генеральной совокупности с помощью критерия согласия Колмогорова.

15 ЭЛЕМЕНТЫ МАТЕМАТИЧЕСКОГО ПРОГРАММИРОВАНИЯ

Элементы линейного программирования: примеры задач линейного программирования (ЗЛП), различные формы записи задач линейного программирования, геометрический (графический) метод решения ЗЛП.

Транспортная задача по критерию стоимости и задачи транспортного типа с максимизируемой функцией. Метод потенциалов для решения транспортной задачи.

Системы массового обслуживания и их классификация. Основные понятия: поток, очередь, канал обслуживания. Показатели эффективности систем массового обслуживания.

Простейший поток и его свойства. Система дифференциальных уравнений для потока и ее решение.

Репозиторий БГАТУ

ИНФОРМАЦИОННО-МЕТОДИЧЕСКАЯ ЧАСТЬ

Примерный перечень практических занятий

1. Определители и их свойства.
2. Матрицы и действия над ними. Обратная матрица.
3. Решение систем линейных алгебраических уравнений.
4. Векторы и линейные операции над ними.
5. Скалярное, векторное и смешанное произведения векторов.
6. Плоскость и ее основные уравнения.
7. Прямая в пространстве и ее основные уравнения.
8. Прямая на плоскости и ее основные уравнения.
9. Кривые второго порядка.
10. Поверхности второго порядка.
11. Функции. Предел последовательности и функции.
12. Непрерывность функции.
13. Основные правила дифференцирования.
14. Полное исследование и построение графиков функций.
15. Функции нескольких переменных. Частные производные.
16. Уравнения касательной плоскости и нормали к поверхности. Экстремум функции двух переменных.
17. Производная по направлению. Комплексные числа и действия над ними.
18. Неопределенный интеграл и его свойства.
19. Непосредственное интегрирование. Замена переменных. Интегрирование по частям в неопределенном интеграле.
20. Интегрирование рациональных функций. Интегрирование тригонометрических функций. Интегрирование иррациональных функций.
21. Вычисление определенных интегралов. Приложения определенных интегралов к задачам геометрии и механики.
22. Несобственные интегралы.
23. Числовые и функциональные ряды.
24. Дифференциальные уравнения первого порядка и методы их решения.
25. Дифференциальные уравнения высших порядков, допускающих понижение порядка.
26. Линейные дифференциальные уравнения высших порядков с постоянными коэффициентами.
27. Системы дифференциальных уравнений.
28. Двойной интеграл и его вычисление.
29. Приложение двойных интегралов к задачам геометрии и механики.
30. Криволинейные интегралы.
31. Элементы математического программирования.
32. Случайные события и вероятность.
33. Нормальный закон распределения.
34. Основы математической статистики.

Репозиторий БГАТУ

Образцы заданий для выявления учебных достижений студентов

Примеры заданий для текущего контроля

Индивидуальное домашнее задание по модулю «Элементы высшей алгебры. Неопределенные интегралы»

1.1. $\int \frac{2-3x}{x^2+2}dx$. $\left(Ответ: \sqrt{2}arctg\frac{x}{\sqrt{2}} - \frac{3}{2}ln\left|x^2+2\right| + C. \right)$

1.2. $\int \frac{3-5x}{\sqrt{1-x^2}}dx$. $\left(Ответ: 3\,arcsin\,x + 5\sqrt{1-x^2} + C. \right)$.

1.3. $\int \frac{8-13x}{\sqrt{x^2-1}}dx$. $\left(Ответ: 8ln\left|x+\sqrt{x^2-1}\right| - 13\sqrt{x^2-1} + C. \right)$

1.4. $\int \frac{6x+1}{2x^2-1}dx$. $\left(Ответ: \frac{3}{2}ln\left|2x^2-1\right| + \frac{\sqrt{2}}{4}ln\left|\frac{\sqrt{2}x-1}{\sqrt{2}x+1}\right| + C. \right)$

1.5. $\int \frac{x-2}{\sqrt{2-x^2}}dx$. $\left(Ответ: -\sqrt{2-x^2} - 2\,arcsin\frac{x}{\sqrt{2}} + C. \right)$

1.6. $\int \frac{3-7x}{\sqrt{1-4x^2}}dx$. $\left(Ответ: \frac{3}{2}arcsin2x + \frac{7}{4}\sqrt{1-4x^2} + C \right)$.

1.7. $\int \frac{5-3x}{\sqrt{2x^2+1}}dx$. $\left(Ответ: \frac{5}{\sqrt{2}}ln\left|\sqrt{2}x+\sqrt{2x^2+1}\right| - \frac{3}{2}\sqrt{2x^2+1} + C \right)$.

1.8. $\int \frac{1+x}{\sqrt{2-x^2}}dx$. $\left(Ответ: arcsin\frac{x}{\sqrt{2}} - \sqrt{2-x^2} + C. \right)$

1.9. $\int \frac{3x+2}{2x^2+1}dx$. $\left(Ответ: \frac{3}{4}ln\left|2x^2+1\right| + \sqrt{2}arctg\sqrt{2x} + C \right)$.

1.10. $\int \frac{3x-2}{2x^2+1}dx$ $\left(Ответ: \frac{3}{4}\ln\left|2x^2+1\right| - \sqrt{2}arctg\sqrt{2x} + C \right)$

Репозиторий БГАТУ

Примеры заданий для контроля по модулю

«Прямая и плоскость»

Вариант 1

1. По данным координатам вершин треугольника ABC: $A(4;3), B(16;-6), C(20;16)$ составить уравнение AB.

2. Составить уравнение средней линии треугольника ABC, параллельно стороне AB, зная координаты двух вершин B и C: $B(16;-6), C(20;16)$ и уравнение стороны $AB: 3x+4y-24=0$

3. Записать уравнение прямой, проходящей через точку $M_1(2;0;5)$ перпендикулярно плоскости $\alpha: 2y-z+1=0$.

4. Доказать, что прямая $\begin{cases} 2x-y+5=0, \\ 3y-4z-9=0 \end{cases}$ и плоскость $4x+8y+6z=0$ параллельны.

5. Составить каноническое уравнение эллипса, построить эллипс, если $2c=6; \quad \varepsilon=\frac{3}{5}$.

6. Привести уравнение кривой к каноническому виду и построить ее $2x^2-8x-y^2-6y-5=0$.

7. Построить поверхность по заданному уравнению $3x^2+16y^2+4z^2+48=0$.

Вариант 2

1. По данным координатам вершин треугольника ABC: $A(3;2), B(15;-7), C(19;15)$ составить уравнение высоты CD.

2. Даны две точки $M_1(2,-1,3)$ и $M_2(3,2,1)$. Составить уравнение плоскости, проходящей через точку M, перпендикулярно вектору $\overrightarrow{M_1M_2}$.

3. Составить уравнение плоскости, проходящей через точку $M_0(1,0,1)$ перпендикулярно заданной прямой l: $\begin{cases} x-2y+z-3=0, \\ x+y+z-6=0. \end{cases}$.

4. Найти проекцию точки $A(4;-3;1)$ на плоскость $x+2y-z-3=0$.

5. Составить каноническое уравнение гиперболы, построить ее, если $a=10; \quad \varepsilon=\frac{3}{5}$.

6. Привести уравнение кривой к каноническому виду и построить ее $2y^2-8y-x^2-6x-5=0$.

7. Построить поверхность по заданному уравнению $3y^2-z^2+6y-2z+8=0$.

Репозиторий БГАТУ

Примеры тестовых заданий для проверки теоретических знаний по модулю

«Элементы линейной и векторной алгебры»

Вариант 1

1 Координаты вектора $\overrightarrow{AB}$, где A (x_1, y_1, z_1), B (x_2, y_2, z_2) вычисляются по правилу:

а) $\overrightarrow{AB} = (x_1 - x_2, y_1 - y_2, z_1 - z_2)$; **б)** $\overrightarrow{AB} = (x_1 + x_2, y_1 + y_2, z_1 + z_2)$;

в) $\overrightarrow{AB} = (x_2 - x_1, y_2 - y_1, z_2 - z_1)$; **г)** $\overrightarrow{AB} = (x_1 \cdot x_2, y_1 \cdot y_2, z_1 \cdot z_2)$.

2 Если точки M(2, 6, 9) и N(-2, 6, 9) являются концами отрезка, то координаты середины этого отрезка равны

а) (2, -6, 9); **б)** (0, -6, 9); **в)** (0, 6, 9); **г)** (0, 6, -9).

3 Результатом скалярного произведения векторов $\vec{a}$ и $\vec{b}$ является:

а) вектор $\vec{c}$ **;** **б)** число $|a| \cdot |b| \cdot \cos\alpha$, где α - угол между $\vec{a}$ и $\vec{b}$;

в) число $|\vec{a}|$; **г)** число $|a| \cdot |b| \cdot \sin\alpha$, где α - угол между $\vec{a}$ и $\vec{b}$.

4 Если вектор $\vec{c}$ равен векторному произведению векторов $\vec{a}$ и $\vec{b}$, то какое условие не выполняется?

а) $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ - правая тройка векторов; **б)** $|\vec{c}| = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cdot \sin\alpha$;

в) $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ - левая тройка векторов; **г)** $\vec{c} \perp \vec{a}$ и $\vec{c} \perp \vec{b}$.

5 Два ненулевых вектора $\vec{a}$ и $\vec{b}$ взаимно ⊥ тогда и только тогда, когда:

а) векторное произведение $\vec{a} \times \vec{b} = 0$; **б)** если $\vec{a} = 2\vec{b}$;

в) скалярное произведение $\vec{a} \cdot \vec{b} = 0$; **г)** если $\vec{a} = \vec{b}$.

6 Чему равно скалярное произведение $\vec{j} = (0, 1, 0)$ и $\vec{k} = (0, 0, 1)$?

а) 1; **б)** 2; **в)** 0; **г)** -1.

7 С помощью векторного произведения векторов $\vec{a}$ и $\vec{b}$ можно вычислить:

а) проекцию вектора $\vec{a}$ на направление вектора $\vec{b}$;

б) площадь куба, построенного на векторах $\vec{a}$ и $\vec{b}$;

в) площадь треугольника, построенного на векторах $\vec{a}$ и $\vec{b}$;

г) объем некоторого параллелепипеда.

8 Сформулируйте определение смешанного произведения векторов $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$

9 Если $(\vec{a} \times \vec{b}) \cdot \vec{c} = 5$, то векторы $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$

а) компланарны; **б)** коллинеарны;

в) образуют правую тройку; **г)** образуют левую тройку.

Репозиторий БГАТУ

Примеры заданий для итогового контроля

Экзаменационный билет № 1

Модуль 4

1^0. Интегрирование по частям в неопределенном интеграле.
2. Интегрирование тригонометрических функций.
3*. Интегрирование рациональных функций.

Модуль 5

1^0. Вычисление объемов тел вращения.
2. Формула Ньютона-Лейбница.
3*. Доказательство признака Коши.

Модуль 6

1^0. Однородные дифференциальные уравнения первого порядка.
2. Системы дифференциальных уравнений.
3*. Теорема о структуре общего решения линейного неоднородного дифференциального уравнения.

Задачи

Модуль 4

1^0. Найти интеграл $\int \frac{x\,dx}{(x^2-1)^3}$.

2. Найти интеграл $\int x \cdot e^{-2x}\,dx$.

3*. Найти интеграл $\int \frac{dx}{\sqrt{1-2x}-\sqrt[4]{1-2x}}$.

Модуль 5

1^0. Найти площадь фигуры, ограниченной линиями $y = x^2,\ xy = 8$.

2. Найти длину дуги кривой $L: \begin{cases} x = \sin t - t\cos t, & 0 \le t \le \pi. \\ y = \cos t + t\sin t, \end{cases}$

3*. Найти область сходимости ряда $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{(x-5)^n}{(n+1)3^n}$.

Модуль 6

1^0. Найти общее решение *ДУ:* $(y + xy)dx + (x - xy)dy = 0$.

2. Найти общее решение *ДУ.:* $xy' = y + x$.

3*. Найти частное решение *ДУ:* $y'' - 8y' + 7y = e^{7x}$, если $y(0)=0,\ y'(0)=0$.

Репозиторий БГАТУ

ЛИТЕРАТУРА

Основная

1. Баврин, И. И. Высшая математика: учебник/ И.И. Баврин, В.Л. Матросов. – М.: Владос, 2002.
2. Бородин, А. Н. Элементарный курс теории вероятностей и математической статистики: учебник/ А.Н. Бородин. – СПб: Лань, 2002.
3. Бугров, Я. С. Высшая математика: учебник/ Я.С. Бугров, С.М. Никольский. – Ростов на /Д: Феникс, 1998.
4. Вентцель, Е. С. Теория вероятностей и её инженерные приложения: учеб. пособие/ Е. С. Вентцель, Л. А. Овчаров. – М.: Высш. шк., 2000.
5. Гусак, А. А. Справочное пособие к решению задач. Теория вероятностей: справочник/ А.А. Гусак, Е.А. Бричикова. – Мн.: ТетраСистемс, 1999.
6. Гусак, А. А. Высшая математика: учебник/ А.А. Гусак.– Мн.: Выш. шк.: ТетраСистемс, 2001.
7. Кузнецов, А.В. Руководство к решению задач по математическому программированию: учеб. пособие/ А.В. Кузнецов, Н.И. Холод, Л.С. Костевич – Мн.: Выш. шк., 2001.
8. Микулик, Н. А. Теория вероятностей и математическая статистика: учеб. пособие/ Н. А. Микулик, А. В. Метельский – Мн.: Пион, 2002.
9. Математика для инженеров: учебник/ С.А. Минюк и [др.]; под общей редакцией Н.А. Микулика – Мн.: Элайда, 2004.
10. Сборник индивидуальных заданий по высшей математике: учеб. пособие: в 4 ч./ А. П. Рябушко и [др.]; под общей редакцией А.П. Рябушко. – Мн.: Выш. школа, 2007.

Дополнительная

11. Минюк, С.А. Математические методы и модели в экономике: учеб. пособие/ С.А. Минюк, Е.А. Ровба, К.К. Кузьмич. – Мн.: ТетраСистемс, 2002.
12. Плотников, А.Д. Численные методы: учеб. пособие / А.Д. Плотников– Мн.: Новое знание, 2007.
13. Высшая математика: программа, методические указания и контрольные задания / И.М. Морозова и [др.] – Мн.: БГАТУ, 2007.

Репозиторий БГАТУ

ГЛОССАРИЙ

Вектор **–** направленный отрезок $\overrightarrow{AB}$, в котором точка A рассматривается как начало, а точка B – как конец вектора.

Вогнутой называется кривая, определяемая данной функцией на интервале (a, b), если ее график расположен выше любой касательной, проведенной к графику функции в точках (a ,b).

Выпуклой называется кривая, определяемая данной функцией на интервале (a, b), если ее график расположен ниже любой касательной, проведенной к графику функции в точках (a, b).

Гипербола **–** множество точек плоскости, модуль разности расстояний до двух данных точек (фокусов) есть величина постоянная.

Градиент дифференцируемого скалярного поля $u(M) = u(x, y, z)$ – вектор $grad\ u = \frac{\partial u}{\partial x}\vec{i} + \frac{\partial u}{\partial y}\vec{j} + \frac{\partial u}{\partial z}\vec{k}$.

Дивергенция (или расходимость) дифференцируемого векторного поля $\vec{a}(M) = (P, Q, R)$ – скаляр $div\vec{a} = \frac{\partial P}{\partial x} + \frac{\partial Q}{\partial y} + \frac{\partial R}{\partial z}$.

Дискретная случайная величина – величина, которая принимает отдельные, изолированные друг от друга возможные значения, которые можно перенумеровать.

Дисперсия случайной величины X – математическое ожидание квадрата отклонения: $D[X] = M[(X - M[X])^2]$.

Дифференциальное уравнение второго порядка – уравнение вида $F(x, y, y', y'') = 0$, где x – независимая переменная, y – неизвестная функция, y' и y'' – соответственно, её первая и вторая производные.

Достоверное событие – событие, которое в результате данного испытания обязательно наступит.

Закон распределения дискретной случайной величины – всякое соотношение, устанавливающее связь между возможными значениями случайной величины и соответствующими им вероятностями.

Интегральная кривая – график решения дифференциального уравнения.

Интегральная функция распределения случайной величины X – функция $F(x)$, выражающая вероятность того, что случайная величина X примет значение, меньшее чем x.

Коллинеарными называются векторы, параллельные одной прямой.

Компланарными называются векторы, параллельные одной плоскости.

Математическое ожидание случайной величины X – ее среднее значение.

Матрица размера m на n – прямоугольная таблица, составленная из элементов a_{ik} некоторого множества, содержащая m строк и n столбцов.

Невозможное событие – событие, которое в результате данного испытания не может произойти.

Неопределенный интеграл – совокупность всех первообразных $F(x) + C$ функции $f(x)$ (обозначается $\int f(x)dx = F(x) + C$).

Репозиторий БГАТУ

Непрерывная случайная величина – такая случайная величина, возможные значения которой непрерывно заполняют какой-то промежуток (конечный или бесконечный).

Непрерывной в точке $x = x_0$ называется функция $y = f(x)$, если $\lim\limits_{x \to x_0} f(x) = f(x_0)$.

Неявной называют функцию, которая задана уравнением вида $F(x, y) = 0$ неразрешенным относительно функции y.

Обратная для квадратной матрицы А – матрица A^{-1}, если $A \cdot A^{-1} = A^{-1} \cdot A = E$, где Е – единичная матрица.

Общее решение уравнения $y' = f(x, y)$ – функция $y = \varphi(x, C)$, удовлетворяющая этому уравнению при произвольном значении постоянной C.

Обыкновенное дифференциальное уравнение первого порядка – уравнение вида $F(x, y, y') = 0$, где x – независимая переменная, y и y', – соответственно, неизвестная функция и её производная.

Окружность – множество точек плоскости, равноудаленных от данной точки (центра).

Определитель второго порядка – число, записанное в виде квадратной таблицы и вычисляемое по правилу $\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix} = a_{11}\, a_{22} - a_{12}\, a_{21}$.

Отклонение случайной величины X – разность между значением случайной величины X и ее математическим ожиданием $M[X]$.

Парабола – множество всех точек плоскости, равноудаленных от данной точки (фокуса) и данной прямой (директриса).

Первообразная функция для функции $f(x)$ – такая функция $F(x)$, производная которой равна данной функции, т.е. $F'(x) = f(x)$.

Полный дифференциал функции $z = f(x, y)$ – главная часть полного приращения Δz, линейная относительно приращений аргументов Δx и Δy, обозначается символом dz и вычисляется по формуле $dz = \dfrac{\partial z}{\partial x}\Delta x + \dfrac{\partial z}{\partial y}\Delta y$.

Предел последовательности $a_1, a_2, \ldots, a_n \ldots$ – число A ($A = \lim\limits_{n \to \infty} a_n$), если для любого $\varepsilon > 0$ существует натуральное число $N = N(\varepsilon)$ такое, что $|a_n - A| < \varepsilon$ при $n > N$.

Производная функция $y = f(x)$ – предел отношения приращения функции Δy к приращению аргумента Δx при условии, что приращение аргумента стремится к нулю.

Ранг матрицы – наибольший из порядков определителей, отличных от нуля, порожденных данной матрицей.

Расходящимся называется ряд, если $\lim\limits_{n \to \infty} S_n$ не существует или равен ∞.

Решение дифференциального уравнения первого порядка – функция $y = \varphi(x)$, определённая на некотором интервале (a, b), которая при подстановке в уравнение обращает его в тождество.

Репозиторий БГАТУ

Ротор (или вихрь) дифференцируемого векторного поля $\vec{a}(M)=(P,Q,R)$ – вектор $rot\vec{a}=\left(\frac{\partial R}{\partial y}-\frac{\partial Q}{\partial z}\right)\vec{i}+\left(\frac{\partial P}{\partial z}-\frac{\partial R}{\partial x}\right)\vec{j}+\left(\frac{\partial Q}{\partial x}-\frac{\partial P}{\partial y}\right)\vec{k}$.

Сложная функция (или композиция функций) – функция, аргумент которой в свою очередь есть функция.

Случайное событие – событие, которое в результате данного испытания может произойти, но может и не произойти.

Случайной называется величина, которая в результате опыта может принять одно, и только одно, возможное значение, неизвестно заранее, какое именно.

Сходящимся называется ряд, если $\lim\limits_{n\to\infty} S_n$ существует и равен числу S, значение S называется его ***суммой***.

Точки экстремума функции – точки, в которых функция достигает максимума или минимума, а значения функции в этих точках называют *экстремальными.*

Функция – закон, по которому каждому значению x из множества $X\subset R$ ставится в соответствие единственное значение y из множества $Y\subset R$.

Функция двух переменных величин x и y на множестве D – переменная величина z, если каждой паре значений $(x,y)\in D$ соответствует единственное значение величины z.

Функция надежности $R(t)$ – функция, определяющая вероятность безотказной работы элемента за время длительностью t: $R(t)=P(T>t)$, где T – длительность времени безотказной работы элемента.

Циркуляция векторного поля $\vec{a}(M)$ вдоль замкнутой кривой L – криволинейный интеграл второго рода по замкнутому контуру.

Частное решение уравнения $y'=f(x,y)$ в области D – функция $y=\varphi(x, C_0)$, полученная при определённом значении постоянной $C=C_0$.

Числовой ряд – выражение вида $u_1+u_2+\ldots+u_n+\ldots=\sum\limits_{n=1}^{\infty}u_n$, где $u_n\in R$. Числа $u_1,u_2,\ldots,u_n,\ldots$ называются *членами ряда*, число u_n – *общим членом ряда*.

Эллипс – множество точек плоскости, сумма расстояний от которых до двух данных точек (фокусов) есть величина постоянная.

Репозиторий БГАТУ

Содержание

Репозиторий БГАТУ

Учебное издание

МАТЕМАТИКА

Типовая учебная программа
для высших учебных заведений по специальностям:
1-74 06 01 Техническое обеспечение процессов сельскохозяйственного производства; 1-74 06 02 Техническое обеспечение процессов хранения и переработки сельскохозяйственной продукции; 1-36 12 01 Проектирование и производство сельскохозяйственной техники; 1-74 06 03 Ремонтно-обслуживающее производство в сельском хозяйстве; 1-74 06 06 Материально-техническое обеспечение агропромышленного комплекса; 1-74 06 07 Управление охраны труда в сельском хозяйстве

Составители:
Рябушко Антон Петрович,
Морозова Инна Михайловна,
Жур Татьяна Антоновна,
Хвощинская Людмила Аркадьевна

Ответственный за выпуск *И.М. Морозова*

Компьютерная верстка *В.В. Бучацкая*
Корректор *Г.В. Анисимова*

Подписано в печать 15.10.2010 г. Формат 60×84/16. Бумага офсетная.
Ризография. Усл. печ. л. 1,4. Уч.-изд. л. 1,09. Тираж 30 экз. Заказ 884.

Издатель и полиграфическое исполнение:
Учреждение образования «Белорусский государственный аграрный технический университет»
ЛИ №02330/0552984 от 14.04.2010.
ЛП №02330/0552743 от 02.02.2010.
Пр-т Независимости, 99-2, 220023, Минск.

Репозиторий БГАТУ